

# **Bölüm 7**

# **ENTROPİ**

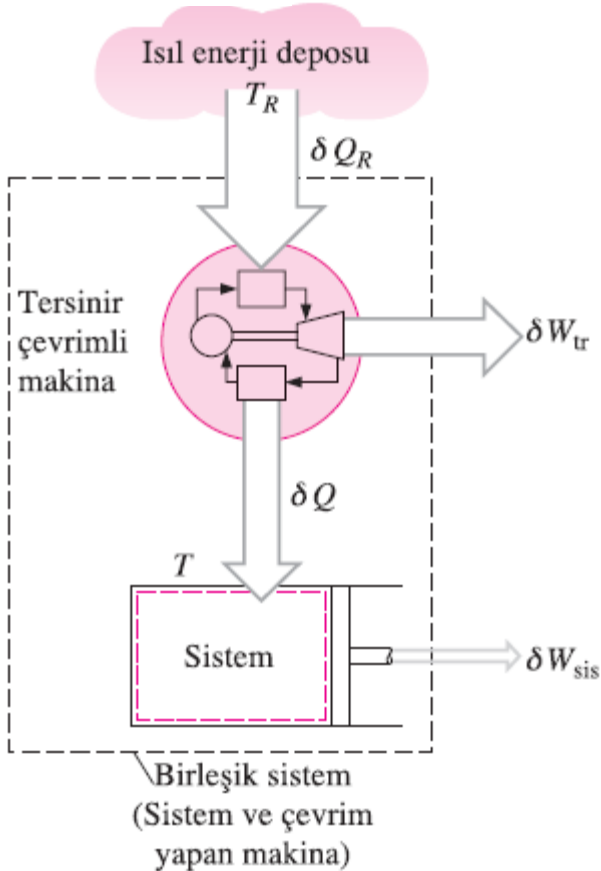
# ENTROPİ

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\delta W_B = \delta Q_R - dE_B$$

$$\frac{\delta Q_R}{T_R} = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\delta W_B = T_R \frac{\delta Q}{T} - dE_B$$



$$W_B = T_R \oint \frac{\delta Q}{T}$$

Clausius eşitsizliği

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{içten\ tr} = 0$$

Entropinin Tanımı

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{içten\ tr} \quad (\text{kJ/K})$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{içten\ tr} \quad (\text{kJ/K})$$

Sistem Clausius eşitsizliğinin geliştirilmesinde hesaba katılır.

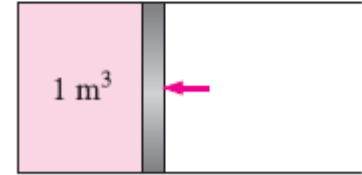
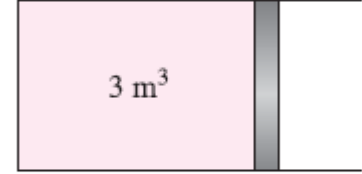
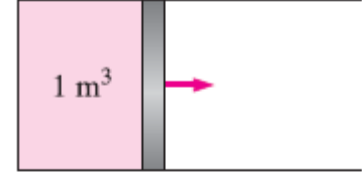
Clausius eşitsizliğindeki eşit olma durumu tüm denge veya içten tersinir çevrimler için, eşitsizlik durumu da tersinmez çevrimler için geçerlidir.

Entropi değişimi belirli iki durum arasında hal değişimi tersinir ya da tersinmez olsun aynıdır.

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{içten tr}} = 0$$

Entropi sistemin yaygın bir özeliğidir.

Hacmin (bir özeliğin) çevrim sırasındaki net değişimi daima sıfırdır.



$$\oint dV = \Delta V_{\text{çevrim}} = 0$$

Özel Durum: İzotermal İçten Tersinir Isı Geçişi için Hal Değişimleri

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{içten tr}} = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T_0} \right)_{\text{içten tr}} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{\text{içten tr}}$$

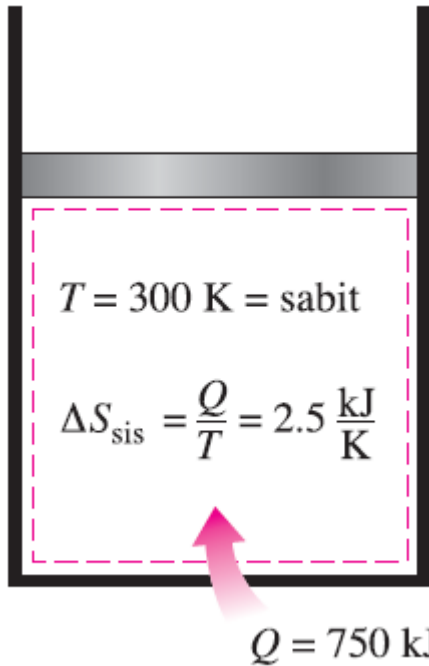
Bu eşitlik özellikle ısı enerji depolarının entropi değişimlerini belirlemek için yararlıdır.

Çevrim üzerinde integrali sıfır olan bir büyüklük vardır (hacim gibi bir özellik)

## Örnek

Bir piston-silindir düzeneği 300 K sıcaklığında suya ait sıvı-buhar karışımı içermektedir. Sabit basınçtaki hal değişimi sırasında, suya 750 kJ değerinde bir ısı geçişi olmaktadır. Isı geçişinden dolayı silindir içindeki sıvının bir kısmı buharlaşmaktadır. Bu hal değişimi için sudaki entropi değişimini hesaplayınız.

**Kabuller** Hal değişimi sırasında sistem sınırları içinde tersinmezlik yoktur.

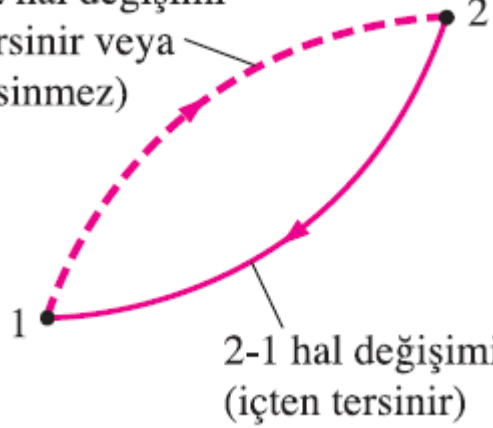


$$\Delta S_{\text{sis, izotermal}} = \frac{Q}{T_{\text{sis}}} = \frac{750 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} = 2.5 \text{ kJ/K}$$

Sistemin entropi değişimi pozitiftir. Çünkü ısı geçişi sisteme doğrudur.

# ENTROPİNİN ARTIŞI İLKESİ

1-2 hal değişimi  
(tersinir veya  
tersinmez)



$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{içten tr}} \leq 0$$

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 - S_2 \leq 0$$

$$S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Bir çevrim tersinir ya da tersinmez bir hal değişiminden ibarettir.

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

Eşitlik içten tersinir hal değişimleri, eşitsizlik ise tersinmez hal değişimleri için geçerlidir.

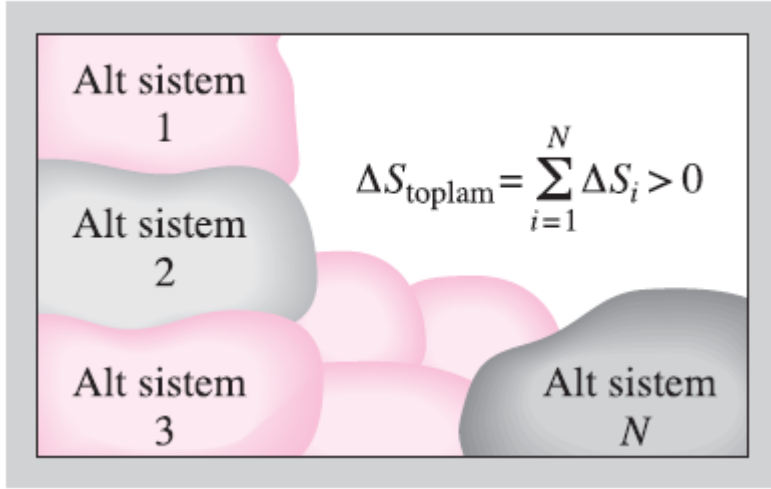
$$\Delta S_{\text{sis}} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_{\text{üretim}}$$

$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{çevre}} \geq 0$$

Tersinmez bir hal değişimi sırasında bir miktar entropi üretilir veya var edilir, entropi üretimi tümüyle tersinmezlikler ile ilgilidir.

Entropi üretimi  $S_{\text{üretim}}$  ifadesi her zaman sıfır veya pozitif bir değerdir.  
Bir sistemin entropisi bir hal değişimi sırasında azalabilir mi?

(Ayrık)



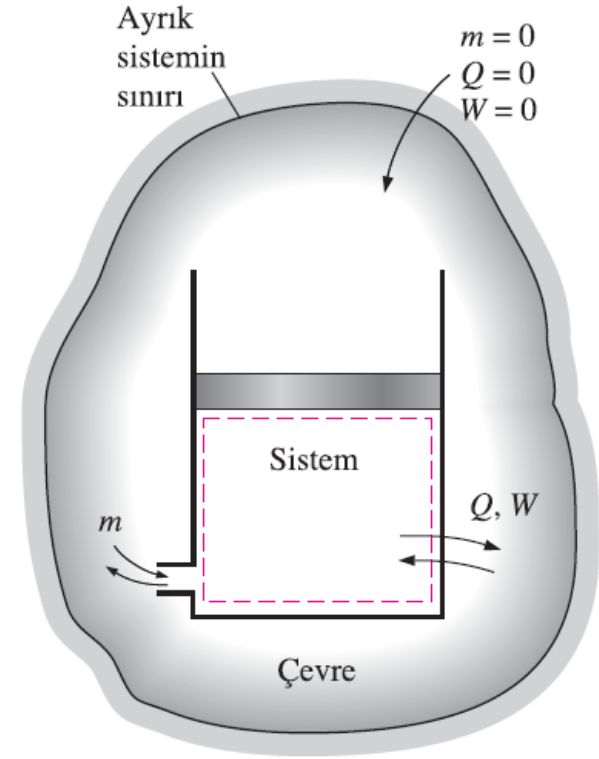
Ayrık bir sistemin entropi değişimi, onun bileşenlerinin entropi değişimlerinin toplamıdır ve asla sıfırdan daha az olamaz.

$$\Delta S_{\text{ayrık}} \geq 0$$

$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{çevre}} \geq 0$$

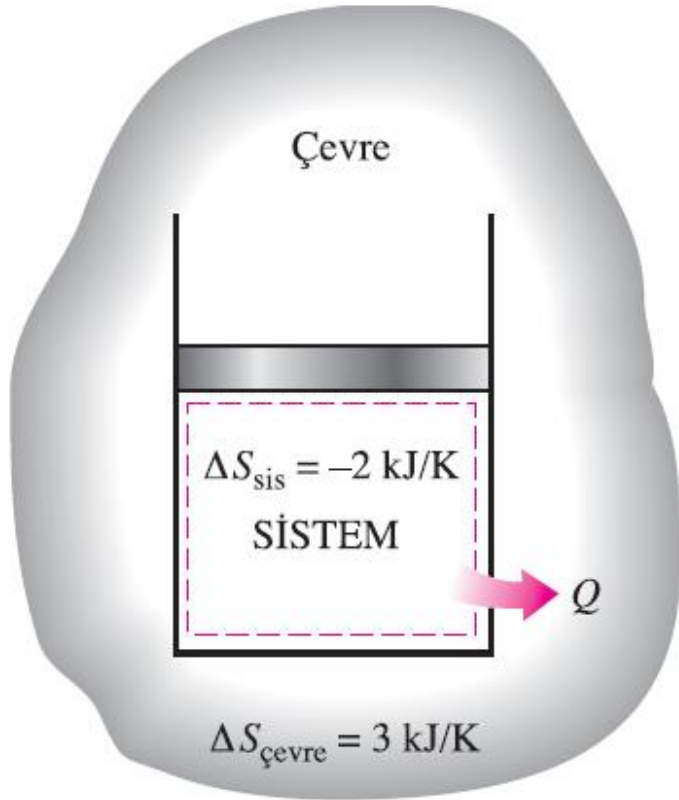
Entropinin artışı ilkesi

$$S_{\text{üretim}} \begin{cases} > 0 & \text{Tersinmez hal değişimi} \\ = 0 & \text{Tersinir hal değişimi} \\ < 0 & \text{Gerçekleşmesi olanaksız hal değişimi} \end{cases}$$



Bir sistem ve onun çevresindekiler ayrık bir sistemi oluşturur.

# Entropi Üzerine Bazı Yorumlar



$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{çevre}} = 1 \text{ kJ/K}$$

Bir sistemin entropi değişimi negatif olabilir ama entropi üretimi negatif olamaz.

1. Hal değişimleri **herhangi** bir yönde değil, sadece **belirli** bir yönde gerçekleşebilir. Hal değişimi, entropinin artışı ilkesi ile uyumlu yönde ilerlemek zorundadır. Yani hal değişimi sırasında  $S_{\text{üretim}} \geq 0$  olmalıdır. Bu ilkeyi sağlamayan bir hal değişimi gerçekleşemez.
2. Entropi **korunumu** söz konusu değildir, bu nedenle **entropinin korunumu ilkesi** diye bir kavram yoktur. Entropi, sadece ideal bir durum olan tersinir hal değişimleri sırasında korunur ve gerçek bütün hal değişimleri sırasında artar.
3. Tersinmezliklerin varlığı mühendislik sistemlerinin verimlerini azaltır ve **entropi üretimi** hal değişimi sırasında görülen tersinmezliklerin bir ölçüsüdür. Aynı zamanda, mühendislik sistemlerinin verimlerini saptamak için bir kriter olarak da kullanılır.

## Örnek

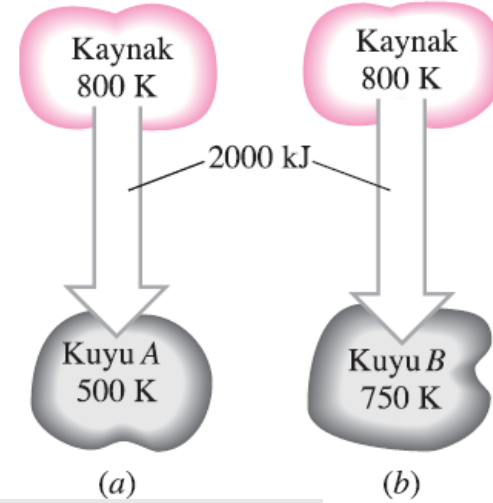
800 K sıcaklıktaki bir ısı kaynağından (a) 500 K ve (b) 750 K sıcaklığındaki ısı kuyusuna 2000 kJ değerinde ısı geçişi (kayıbı) olmaktadır. Hangi ısı geçişi işleminin daha tersinmez olduğunu belirleyiniz.

(a) 500 K sıcaklığındaki ısı kuyusuna olan ısı geçişi işlemi için,

$$\Delta S_{\text{ısı kaynağı}} = \frac{Q_{\text{ısı kaynağı}}}{T_{\text{ısı kaynağı}}} = \frac{-2000 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} = -2.5 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{\text{ısı kuyusu}} = \frac{Q_{\text{ısı kuyusu}}}{T_{\text{ısı kuyusu}}} = \frac{2000 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} = +4.0 \text{ kJ/K}$$

$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{toplam}} = \Delta S_{\text{ısı kaynağı}} + \Delta S_{\text{ısı kuyusu}} = (-2.5 + 4.0) \text{ kJ/K} = \mathbf{1.5 \text{ kJ/K}}$$



(b) Aynı işlemler 750 K sıcaklığındaki ısı kuyusu için tekrarlanırsa,

$$\Delta S_{\text{ısı kaynağı}} = -2.5 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{\text{ısı kuyusu}} = +2.7 \text{ kJ/K}$$

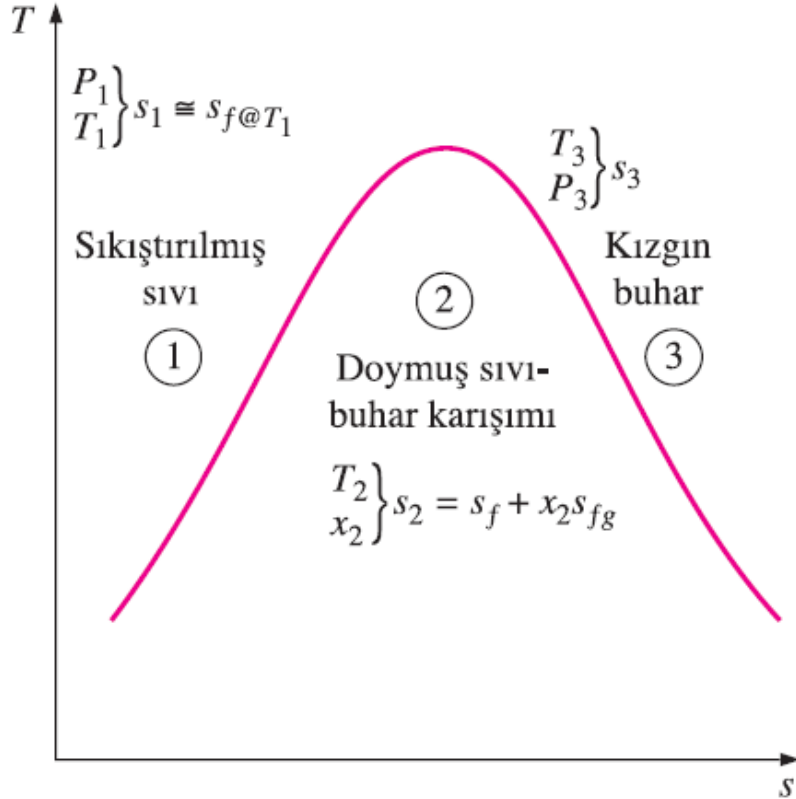
$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{toplam}} = (-2.5 + 2.7) \text{ kJ/K} = \mathbf{0.2 \text{ kJ/K}}$$

Isı geçişi için toplam entropi değişimi daha azdır, bu nedenle tersinmezlik daha azdır, çünkü ısı enerjisi depoları arasındaki sıcaklık farkı daha küçüktür. Bu hal değişimleriyle ilgili tersinmezlikler iki ısı enerjisi deposu arasında bir Carnot ısı makinesini çalıştırarak yok edilebilir, bu durumda  $\Delta S_{\text{top}} = 0$  olur.

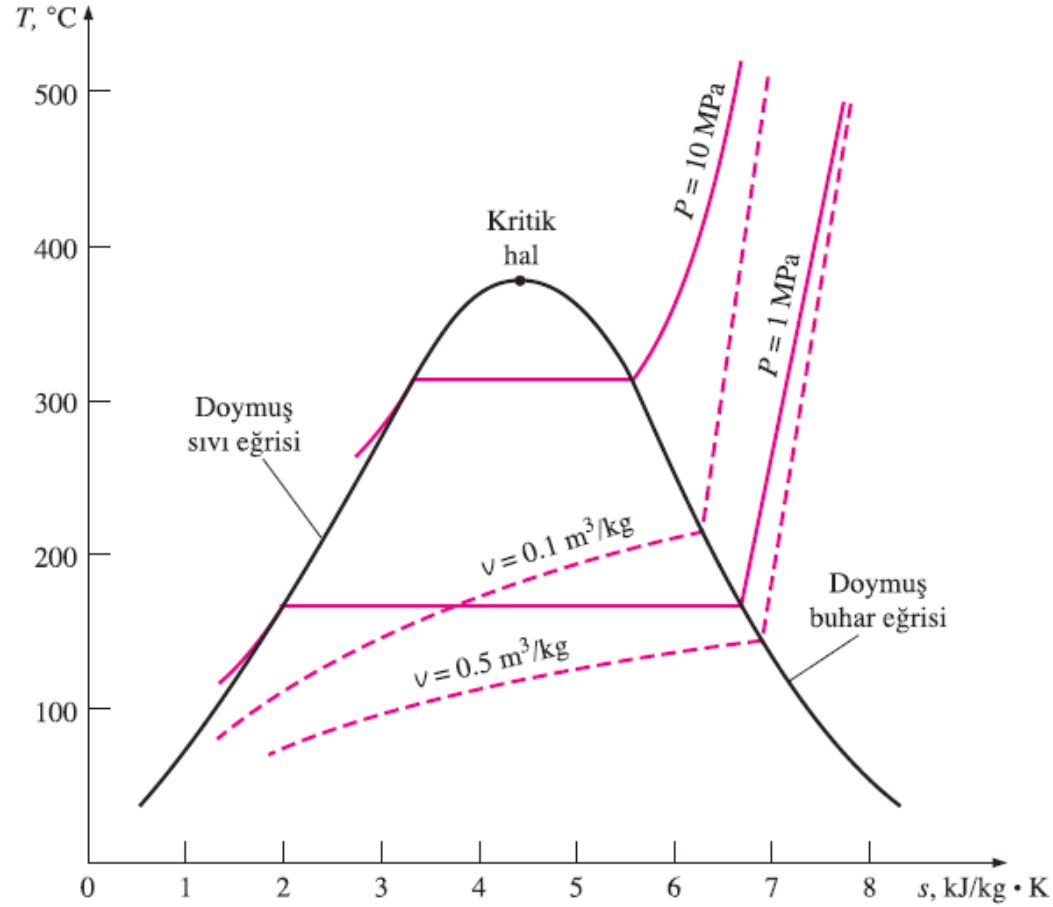


# SAF MADDELERİN ENTROPİ DEĞİŞİMİ

Entropi bir özelliktir ve bu nedenle bir sistemin entropisinin değeri, sistemin durumu sabit olduğunda sabittir.



Saf maddelerin entropileri tablolardan belirlenir (diğer özellikleri gibi).



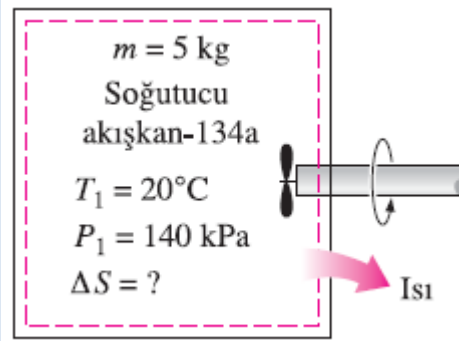
Su için T-s diyagramı

Entropi değışimi

$$\Delta S = m\Delta s = m(s_2 - s_1) \quad (\text{kJ/K})$$

## Örnek

Sabit hacimli kapalı bir kaptaki başlangıçta  $20^{\circ}\text{C}$  sıcaklık ve  $140\text{ kPa}$  basınçta  $5\text{ kg}$  soğutucu akışkan-134a bulunmaktadır. Daha sonra soğutucu akışkandan basıncı  $100\text{ kPa}$  olana kadar ısı çekilmekte ve bu arada soğutucu akışkan bir döner kanatla karıştırılmaktadır. Bu hal değişimi sırasında soğutucu akışkan-134a'nin entropi değişimini hesaplayın.



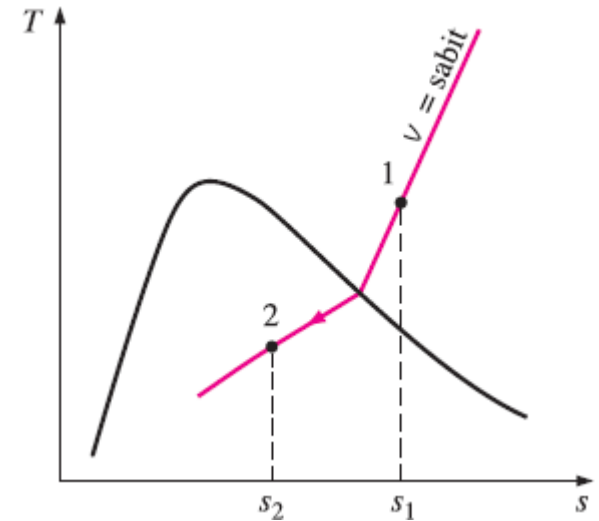
$$\text{Hal 1: } \left. \begin{array}{l} P_1 = 140\text{ kPa} \\ T_1 = 20^{\circ}\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_1 = 1.0624\text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ v_1 = 0.16544\text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

$$\text{Hal 2: } \left. \begin{array}{l} P_2 = 100\text{ kPa} \\ (v_2 = v_1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_f = 0.0007259\text{ m}^3/\text{kg} \\ v_g = 0.19254\text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.16544 - 0.0007259}{0.19254 - 0.0007259} = 0.859$$

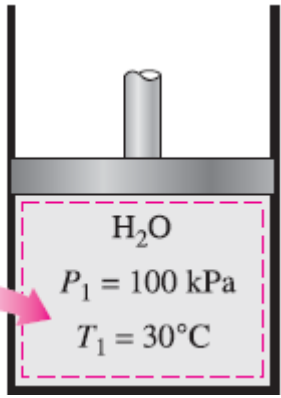
$$s_2 = s_f + x_2 s_{fg} = 0.07188 + (0.859)(0.87995) = 0.8278\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= m(s_2 - s_1) = (5\text{ kg})(0.8278 - 1.0624)\text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \\ &= \mathbf{-1.173\text{ kJ/K}} \end{aligned}$$



# Örnek

Bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 150 kPa basınç ve 20°C sıcaklıkta 1.5 kg su bulunmaktadır. Daha sonra su sabit basınçta ısıtılmakta ve hal değişimi sırasında suya 4000 kJ ısı geçişi olmaktadır. Suyun entropi değişimini hesaplayınız.



Hal 1: 
$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 150 \text{ kPa} \\ T_1 &= 20^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s_1 &\cong s_f@20^\circ\text{C} = 0.2965 \text{ kJ / kg} \cdot \text{K} \\ h_1 &\cong h_f@20^\circ\text{C} = 83.915 \text{ kJ / kg} \end{aligned}$$

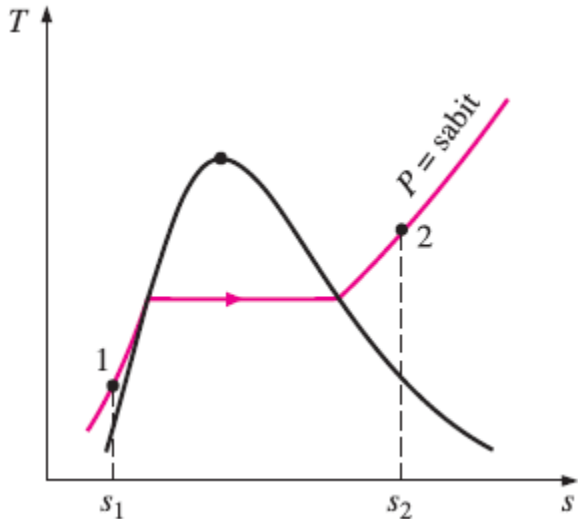
$$\underbrace{E_{\text{giren}} - E_{\text{çıkan}}}_{\text{Isı, iş ve kütle tarafından transfer edilen net enerji}} = \underbrace{\Delta E_{\text{sistem}}}_{\text{İç, kinetik, potansiyel, ..., enerjilerdeki değişim}}$$

$\Delta U + W_b = \Delta H$   $Q_g - W_s = \Delta U$

$$Q_g = \Delta H = m(h_2 - h_1)$$

$$4000 \text{ kJ} = (1.5 \text{ kg})(h_2 - 83.915 \text{ kJ / kg})$$

$$h_2 = 2750.6 \text{ kJ / kg}$$



Hal 2: 
$$\left. \begin{aligned} P_2 &= 150 \text{ kPa} \\ h_2 &= 2750.6 \text{ kJ / kg} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s_2 &= 7.3674 \text{ kJ / kg} \cdot \text{K} \\ &(\text{Tablo A-6, doğrusal oranlama}) \end{aligned}$$

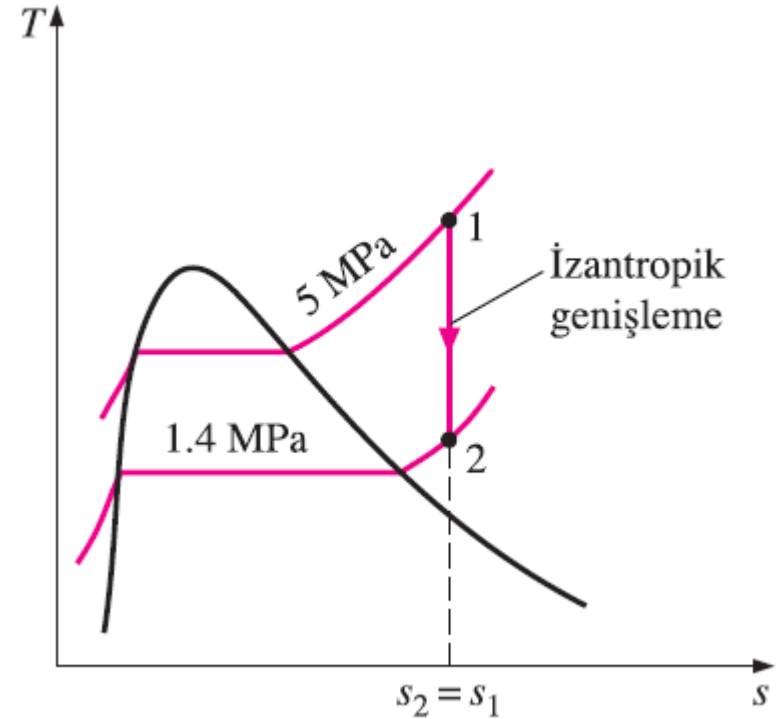
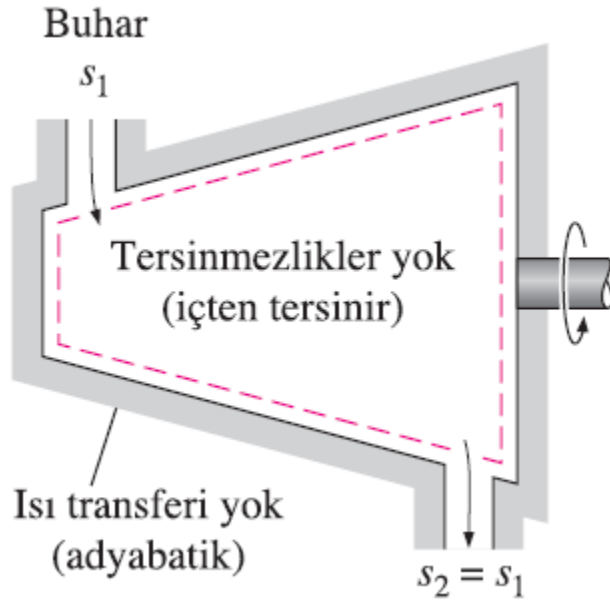
$$\Delta S = m(s_2 - s_1) = (1.5 \text{ kg})(7.3674 - 0.2965) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$= \mathbf{10.61 \text{ kJ/kg}}$$

# İZANTROPİK HAL DEĞİŞİMLERİ

Bir hal değişimi sırasında entropi sabit kalıyorsa, bu hal değişimine **izantropik hal değişimi** olarak isim verilir.

*İzantropik hal değişimi:*  $\Delta s = 0$  veya  $s_2 = s_1$  (kJ/kg·K)

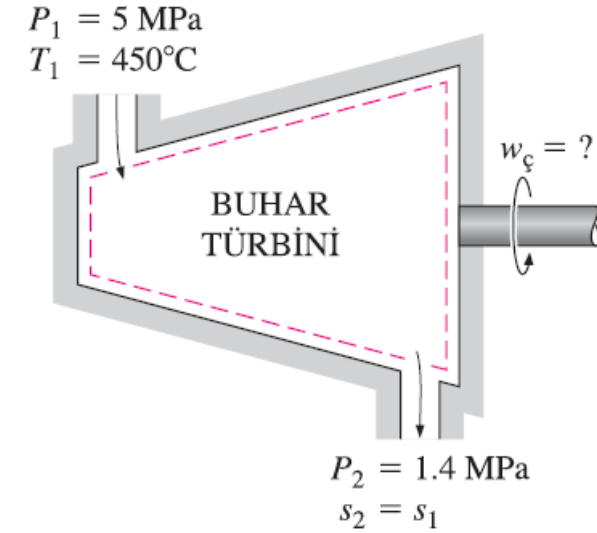


İçten tersinir ve adyabatik (izantropik) bir hal değişimi sırasında entropi sabit kalır.

T-s diyagramında izantropik hal değişimi dikey bir doğru gibi görünür.

## Örnek

Su buharı sürekli akışlı adyabatik bir türbine 5 MPa basınç ve 450°C sıcaklıkta girmekte ve 1.4 MPa basınçta çıkmaktadır. Akışın tersinir, kinetik ve potansiyel enerji değişimlerinin ihmal edilebilir olduğunu kabul ederek, türbindeki akış sırasında buharın birim kütlesi tarafından yapılan işi hesaplayın.



$$\underbrace{\dot{E}_{\text{giren}} - \dot{E}_{\text{çıkan}}}_{\text{Isı, iş ve kütle tarafından transfer edilen net enerji}} = \underbrace{\frac{dE_{\text{sistem}}}{dt}}_{\substack{\text{İç, kinetik, potansiyel, ...,} \\ \text{enerjilerdeki değişim}}} \xrightarrow{0 \text{ (Sürekli)}} = 0$$

$$\dot{E}_g = \dot{E}_\xi$$

$$\dot{m}h_1 = \dot{W}_\xi + \dot{m}h_2$$

$$\dot{W}_\xi = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

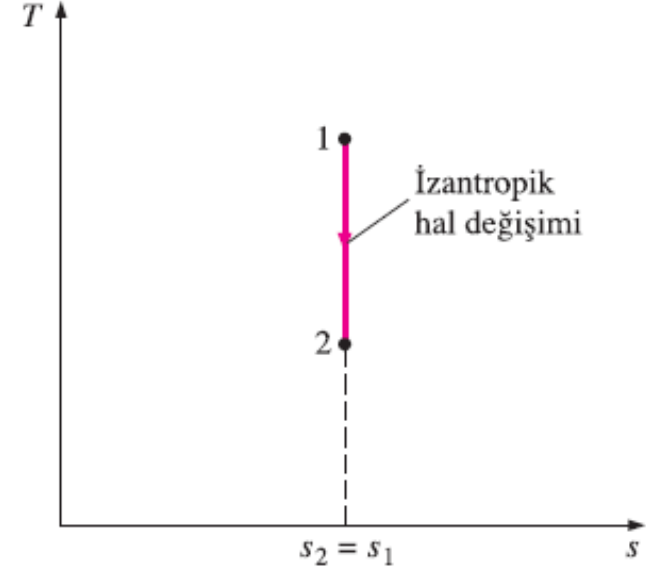
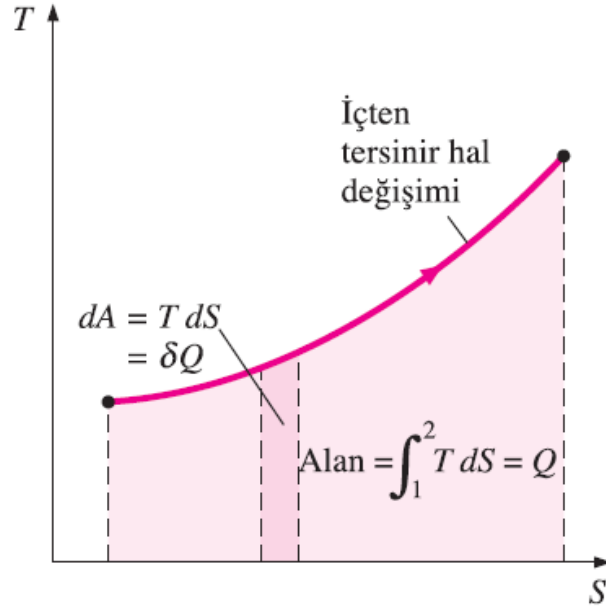
$$(\dot{Q} = 0, \text{ ke} \cong \text{pe} \cong 0 \text{ olduğundan})$$

$$\text{Hal 1: } \left. \begin{array}{l} P_1 = 5 \text{ MPa} \\ T_1 = 450^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3317.2 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.8210 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\text{Hal 2: } \left. \begin{array}{l} P_2 = 1.4 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 2967.4 \text{ kJ/kg}$$

$$w_\xi = h_1 - h_2 = 3317.2 - 2967.4 = \mathbf{349.8 \text{ kJ/kg}}$$

# ENTROPİ İÇEREN ÖZELİK DİYAGRAMLARI



T-S diyagramında hal değişimi eğrisi altında kalan alan içten tersinir hal değişimleri için ısı geçişini gösterir.

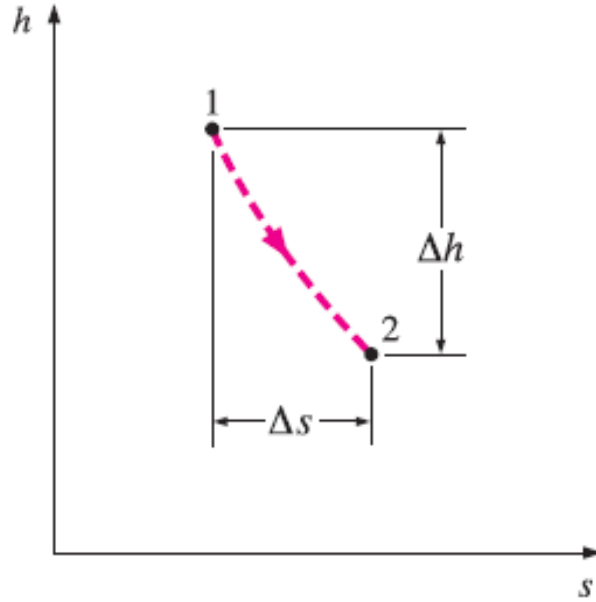
$$\delta Q_{\text{içten tr}} = T dS \quad (\text{kJ})$$

$$Q_{\text{içten tr}} = \int_1^2 T dS \quad (\text{kJ})$$

$$\delta q_{\text{içten tr}} = T^\circ ds \quad (\text{kJ/kg})$$

$$q_{\text{içten tr}} = \int_1^2 T^\circ ds \quad (\text{kJ/kg})$$

## Mollier diyagramı: $h$ - $s$ diyagramı



$$Q_{\text{içten tr}} = T_0 \Delta S \quad (\text{kJ})$$

$$q_{\text{içten tr}} = T_0 \Delta s \quad (\text{kJ/kg})$$

Sürekli akışlı adyabatik sistemler için,  $h$ - $s$  diyagramında dikey uzunluk  **$\Delta h$**  için bir ölçüsüdür ve yatay uzunluk  **$\Delta s$**  tersinmezliklerin bir ölçüsüdür.

## Örnek

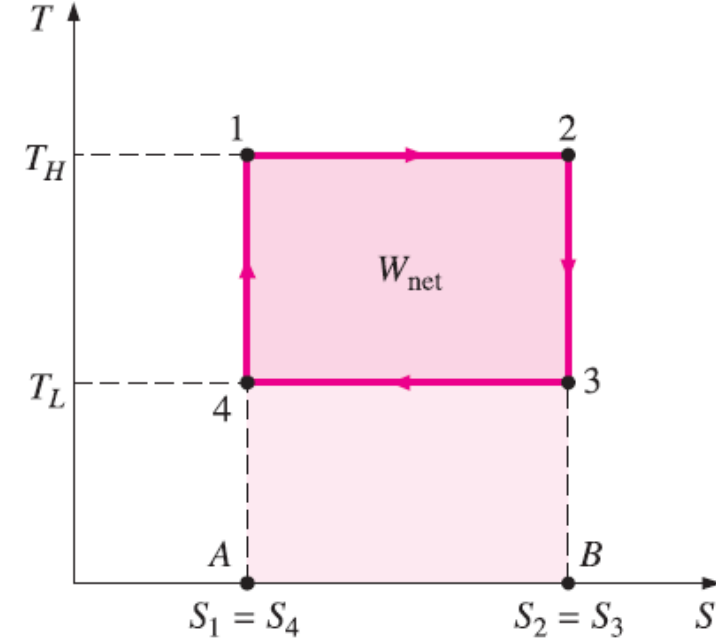
Carnot çevrimini T-s diyagramı üzerinde gösterin ve çevrime verilen ısıyı ( $Q_H$ ), çevrimden alınan ısıyı ( $Q_L$ ) ve çevrimin net işini ( $W_{\text{net,çıkkan}}$ ) gösteren alanları bu diyagram üzerinde belirtiniz.

T-s diyagramında, tersinir hal değişimi eğrisi altında kalan alan bu hal değişimi sırasındaki ısı geçişini gösterir.

Böylece A12B alanı  $Q_H$ 'yi, A43B alanı ise  $Q_L$ 'yi göstermektedir.

Bu iki alan arasındaki fark (koyu renk ile gösterilen alan) ise **net iştir** çünkü,

$$W_{\text{net,ç}} = Q_H - Q_L$$

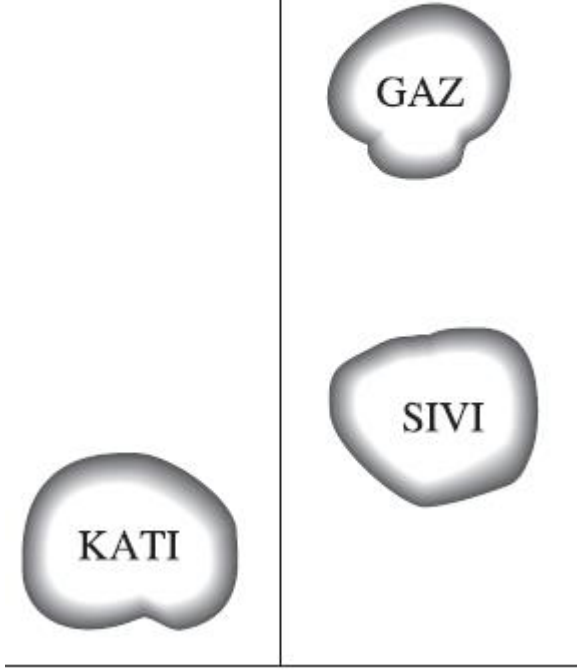


Çevrimin hal değişimi eğrisi içinde kalan alan, (1234 alanı) net işi göstermektedir. Net işin aynı zamanda P-V diyagramında çevrimin hal değişimi eğrisi içinde kalan alan olduğu bilinmelidir.



# ENTROPİ NEDİR?

Entropi,  
kJ/kg · K

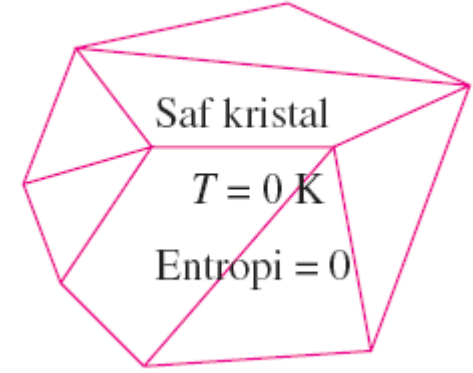


Bir maddenin moleküler düzensizliğinin (entropi) seviyesi, erirken ya da buharlaşırken artar.

Boltzmann bağıntısı

$$S = k \ln p$$

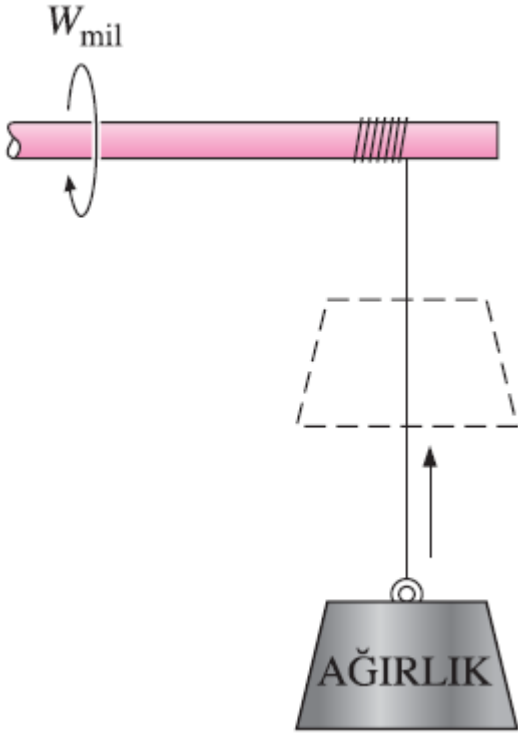
$$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$



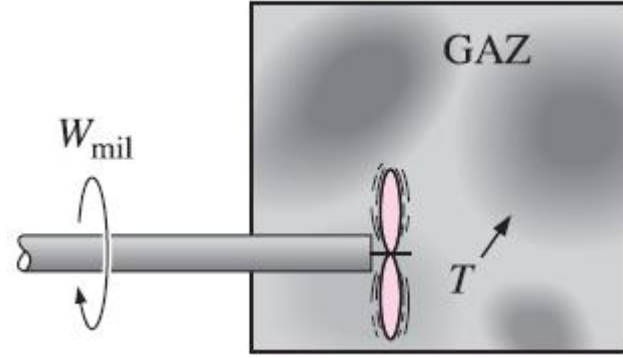
Sıfır mutlak sıcaklıkta saf kristal madde mükemmel düzendedir ve entropisi sıfırdır. (**Termodinamiğin 3. yasası**)



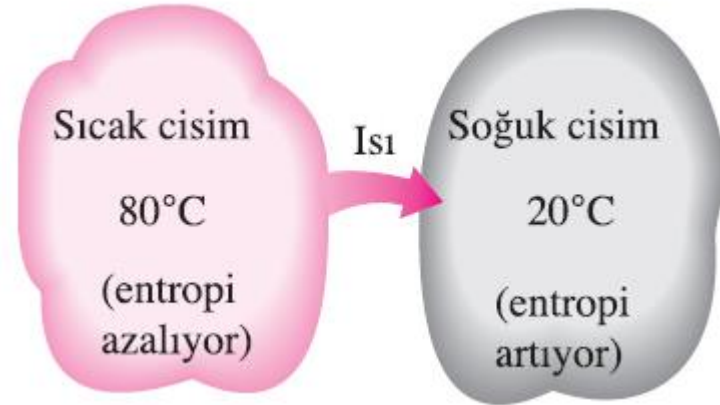
Düzensiz enerji ne kadar büyük olursa olsun, çok yararlı bir etki yaratamaz.



Sürtünmenin yokluğunda dönen bir mil tarafından bir ağırlığın kaldırılması herhangi bir düzensizlik (entropi) yaratmaz, ve böylece enerji bu hal değişimi sırasında azalmaz.



Bir gaz ile yapılan dönen pervane işi gazın düzensizlik seviyesini (entropi) artırır, ve böylece enerji bu hal değişimi sırasında azalır.



Isı transferi sırasında net entropi artar.(Soğuk yüzeyin entropi artışı sıcak yüzeyin entropi azalmasından daha fazladır.)

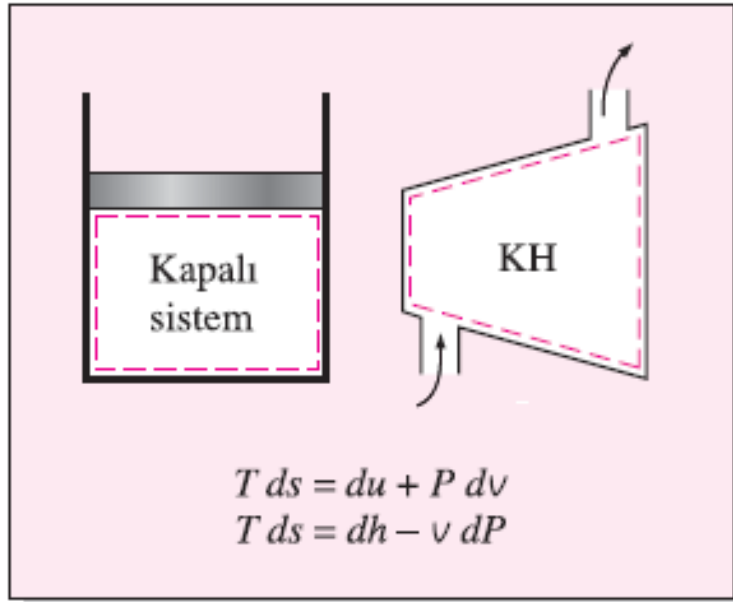
# T.ds BAĞINTILARI

$$\delta Q_{\text{içten tr}} - \delta W_{\text{içten tr, ç}} = dU$$

$$\delta Q_{\text{içten tr}} = T dS$$

$$\delta W_{\text{içten tr, ç}} = P dV$$

$$T^\circ dS = dU + P dV \quad (\text{kJ})$$



birinci  $Tds$  denklemi veya *Gibbs* denklemi

$$T^\circ ds = du + P dv \quad (\text{kJ/kg})$$

$$h = u + Pv$$

ikinci  $T ds$  denklemi

$$\left. \begin{array}{l} dh = du + P dv + v dP \\ T ds = du + P dv \end{array} \right\} T ds = dh - v dP$$

$T ds$  bağıntıları hem tersinir hem de tersinmez işlemler için ve hem kapalı hem de açık sistemler için geçerlidir.

Diğer özellik terimlerinde entropideki diferansiyel değişimler

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T} \quad ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T}$$

# SIVI VE KATILARIN ENTROPİ DEĞİŞİMİ

Sıvı ve katılar yaklaşık olarak *sıkıştırılmaz madde* kabul edilebilirler. Çünkü sıvı ve katıların özgül hacimleri, bir hal değişimi sırasında neredeyse sabit kalmaktadır.

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T}$$

sıvı ve katılar için  $dv \cong 0$  olduğundan

$$ds = \frac{du}{T} = \frac{c dT}{T} \quad c_p = c_v = c \text{ ve } du = c dT$$

$$\text{Sıvılar, katılar:} \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 c(T) \frac{dT}{T} \cong c_{\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

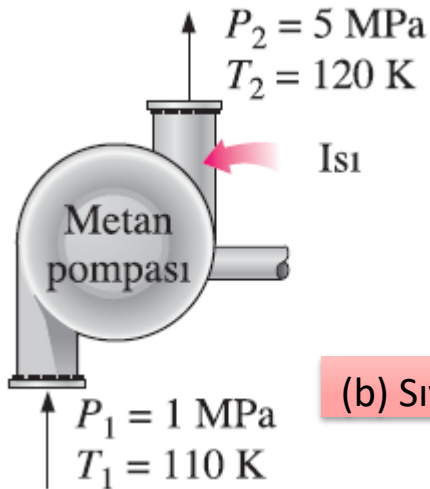
Sıkıştırılmaz bir maddenin izantropik hal değişimi için;

$$\text{İzantropik:} \quad s_2 - s_1 = c_{\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1$$

## Örnek

Sıvı metan, genellikle çeşitli kriyojenik uygulamalarda kullanılır. Metanın kritik sıcaklığı 191K (ve ya  $-82^{\circ}\text{C}$ ) değerindedir ve bundan dolayı metanı sıvı fazda tutmak için 191 K sıcaklığının altında korumak gereklidir. Çeşitli sıcaklık ve basınçlardaki sıvı metanın özellikleri Tablo 7-1 de verilmiştir. 110 K sıcaklık ve 1 MPa basınçtan, 120 K sıcaklık ve 5 MPa basınca hal değiştiren sıvı metanın entropi değişimini, (a) metanın gerçek verilerini kullanarak, (b) sıkıştırılmaz madde kabulü altında yaklaşık olarak hesaplayınız. İkinci durumun içerdiği hata miktarı nedir?

(a) İşlemler, sıvı metanın birim kütlesi için yapılacaktır. Metanın ilk ve son haline ait entropi değerleri;



$$\text{Hal 1:} \quad \left. \begin{array}{l} P_1 = 1 \text{ MPa} \\ T_1 = 110 \text{ K} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} s_1 = 4.875 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ c_{p1} = 3.471 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\}$$

$$\text{Hal 2:} \quad \left. \begin{array}{l} P_2 = 5 \text{ MPa} \\ T_2 = 120 \text{ K} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} s_2 = 5.145 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ c_{p2} = 3.486 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \right\}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 5.145 - 4.875 = \mathbf{0.270 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}$$

(b) Sıvı metanın entropi değişimi, sıkıştırılmaz madde kabulü altında;

$$c_{\text{ort}} = \frac{c_{p1} + c_{p2}}{2} = \frac{3.471 + 3.486}{2} = 3.4785 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$\Delta s = c_{\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} = (3.4785 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{120 \text{ K}}{110 \text{ K}} = \mathbf{0.303 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Hata} = \frac{|\Delta s_{\text{gerçek}} - \Delta s_{\text{ideal}}|}{\Delta s_{\text{gerçek}}} = \frac{|0.270 - 0.303|}{0.270} = \mathbf{0.122 \text{ (veya \%12.2)}}$$

# İDEAL GAZLARIN ENTROPİ DEĞİŞİMİ

Birinci  $T ds$  bağıntısından

$$ds = \frac{du}{T} - \frac{Pdv}{T}$$

$$du = c_v dT$$
$$P = RT/v$$

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

İkinci  $T ds$  bağıntısından

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}$$

$$dh = c_p dT$$
$$v = RT/P$$

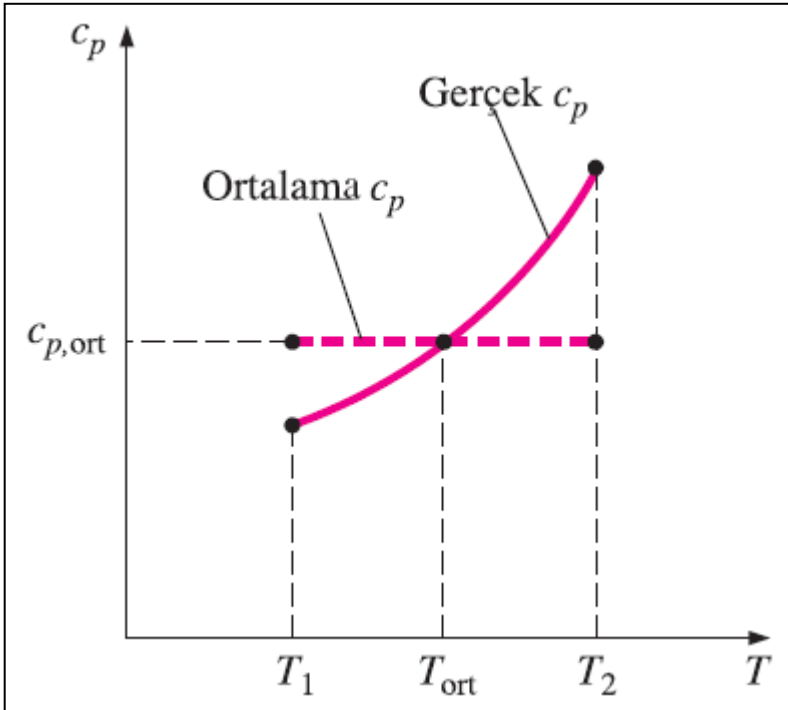
$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$Pv = RT$$
$$du = C_v dT$$
$$dh = c_p dT$$

# Sabit Özgül Isılar (Yaklaşık Çözüm)

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \longrightarrow s_2 - s_1 = c_{v,ort} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2 - s_1 = c_{p,ort} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$



İdeal gazın birim molu için entropi değişimleri

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{v,ort} \ln \frac{T_2}{T_1} + R_u \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{c}_{p,ort} \ln \frac{T_2}{T_1} - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

Sabit özgül ısılar varsayımı altında, özgül ısıların bazı ortalama değerlerde sabit olduğu varsayılır.

# Değişken Özgül Isılar (Tam Çözüm)

Mutlak sıfır sıcaklığı referans noktası olarak seçeriz ve  $s^\circ$  fonksiyonunu tanımlarız :

$$s^\circ = \int_0^T c_p(T) \frac{dT}{T}$$

$$\int_1^2 c_p(T) \frac{dT}{T} = s_2^\circ - s_1^\circ$$

Birim kütle temelinde;

$$s_2 - s_1 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

Birim mol temelinde;

$$\bar{s}_2 - \bar{s}_1 = \bar{s}_2^\circ - \bar{s}_1^\circ - R_u \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{kJ/kmol} \cdot \text{K})$$

<u>T, K</u>	<u>s<sup>°</sup>, kJ/kg · K</u>
.	.
.	.
.	.
300	1.70203
310	1.73498
320	1.76690
.	.
.	.
.	.

İdeal bir gazın entropisi hem  $T$  hem de  $P$  'ye bağlıdır. Fonksiyon  $s^\circ$  entropisi ise yalnızca sıcaklık değişimine bağlıdır.



**Örnek** Hava, 100 kPa basınç ve 17°C sıcaklıktan, 600 kPa ve 57°C sıcaklığa sıkıştırılmaktadır. Sıkıştırma işlemi sırasında havanın entropi değişimini,

(a) hava tablosundaki özellik değerlerini kullanarak,

(b) ortalama özgül ısıları kullanarak hesaplayınız.

**(a) hava tablosundaki özellik değerlerini kullanarak,**

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= [(1.79783 - 1.66802) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}] - (0.287 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{600 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \\ &= \mathbf{-0.3844 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

**(b) Ortalama sıcaklık olan 37 °C değerindeki -sabit kabul edilmiş-  $c_p$  değeri kullanılarak,**

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{p,\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= (1.006 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{330 \text{ K}}{290 \text{ K}} - (0.287 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{600 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \\ &= \mathbf{-0.3842 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

HAVA

$$T_1 = 290 \text{ K}$$

$$T_2 = 330 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3844 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{p,\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= -0.3842 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

# Sabit Özgül Isılar (Yaklaşık Çözüm)

İdeal Gazların İzantropik Hal Değişimleri

$$s_2 - s_1 = c_{v,ort} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{R}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1} \quad \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{R/c_v}$$

$$R = c_p - c_v \text{ ve } k = c_p/c_v$$

$$R/c_v = k - 1$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad (\text{mükemmel gaz})$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} \quad (\text{mükemmel gaz})$$

$$\left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad (\text{mükemmel gaz})$$

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

\*Mükemmel gaz  
\*İzantropik hal değişimi  
\*Sabit özgül ısılar

İÇİN  
GEÇERLİDİR

İdeal gazın izantropik bağıntıları yalnızca ideal gazların hal değişimleri için geçerlidir.

$$Tv^{k-1} = \text{sabit}$$

$$TP^{(1-k)/k} = \text{sabit}$$

$$Pv^k = \text{sabit}$$

# Mükemmel Gazların İzantropik Hal Değişimleri

## Değişken Özgül Isılar (Tam Çözüm)

$$0 = s_2^\circ - s_1^\circ - R \ln \frac{P_2}{P_1} \longrightarrow s_2^\circ = s_1^\circ + R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

## Bağıl Basınç ve Bağıl Özgül Hacim

$$\frac{P_2}{P_1} = \exp \frac{s_2^\circ - s_1^\circ}{R} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\exp(s_2^\circ / R)}{\exp(s_1^\circ / R)}$$

$\exp(s^\circ/R)$  bağıl basınç  $P_r$  'dir.

$$\left( \frac{P_2}{P_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \frac{P_{r2}}{P_{r1}} \qquad \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \longrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_2}{T_1} \frac{P_{r1}}{P_{r2}} = \frac{T_2/P_{r2}}{T_1/P_{r1}}$$

$$\left( \frac{v_2}{v_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}$$

$T/P_r$  Bağıl Özgül Hacim  $v_r$  'dir.

## Örnek

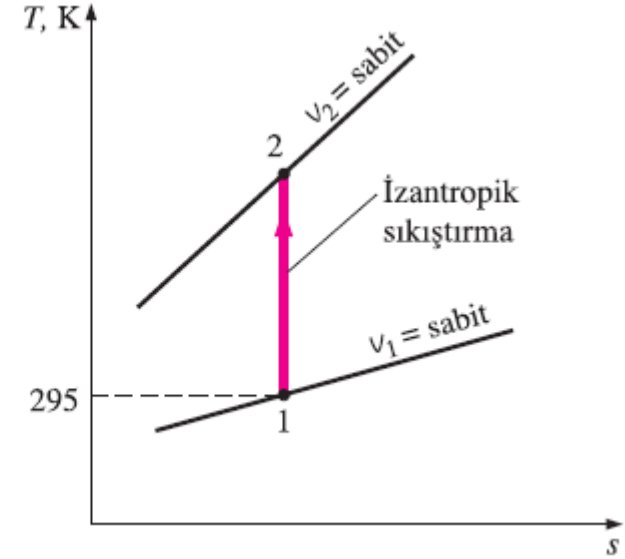
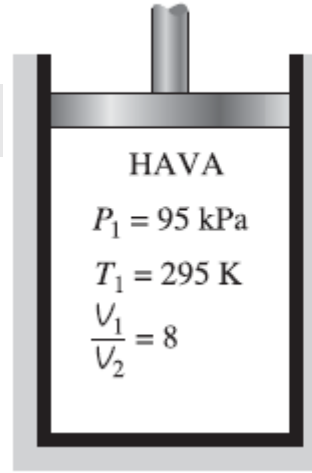
22°C sıcaklıktaki ve 95 kPa basınçtaki hava, tersinir ve adyabatik olarak bir araba motoru içinde sıkıştırılmaktadır. Piston-silindir düzeneğinin sıkıştırma oranı  $V_1/V_2 = 8$  olduğuna göre, havanın son haldeki sıcaklığını hesaplayınız.

Kapalı sistemler için:  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{v_2}{v_1}$

$T_1 = 295$  K sıcaklığında:  $v_{r1} = 647.9$

$$v_{r2} = v_{r1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = (647.9) \left( \frac{1}{8} \right) = 80.99$$

$$T_2 = \mathbf{662.7 \text{ K}}$$



Bu hal değişimi sırasında sıcaklık 367.7 °C yükselmektedir.

### İkinci Çözüm

$$\left( \frac{T_2}{T_1} \right)_{s=\text{sabit}} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1}$$

$$T_2 = (295 \text{ K})(8)^{1.391-1} = 665.2 \text{ K}$$

# TERSİNİR SÜREKLİ AKIŞ İŞİ

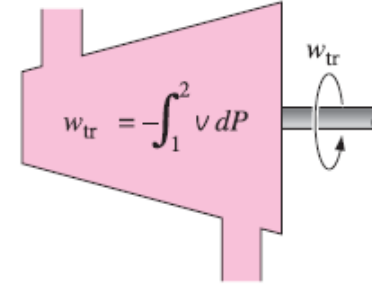
$$\delta q_{tr} - \delta w_{tr} = dh + dke + dpe$$

$$W_s = \int_1^2 P dV$$

$$\left. \begin{array}{l} \delta q_{tr} = T ds \\ T ds = dh - v dP \end{array} \right\} \delta q_{tr} = dh - v dP$$

$$-\delta w_{tr} = v dP + dke + dpe \quad w_{tr} = - \int_1^2 v dP - \Delta ke - \Delta pe$$

Daha geniş özgül hacim, sürekli akışlı bir sistem tarafından daha büyük iş üretir (yada tüketir).

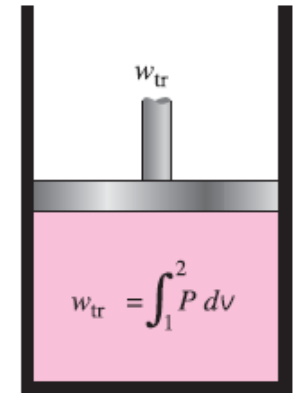


(a) Sürekli akışlı sistem

Kinetik ve potansiyel enerjiler önemsiz olduğunda;

$$w_{tr} = - \int_1^2 v dP \quad (\text{kJ/kg}) \quad w_{tr, g} = \int_1^2 v dP + \Delta ke + \Delta pe$$

$$w_{tr} = -v(P_2 - P_1) - \Delta ke - \Delta pe$$



(b) Kapalı sistem

Bir sıvının bir borudaki sürekli akışı gibi, iş etkileşiminin olmadığı bir sistemde, iş terimi sıfırdır (**Bernoulli eşitliği**):

$$v(P_2 - P_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$

Sürekli akışlı ve kapalı sistemler için tersinir iş bağıntısı

## Örnek

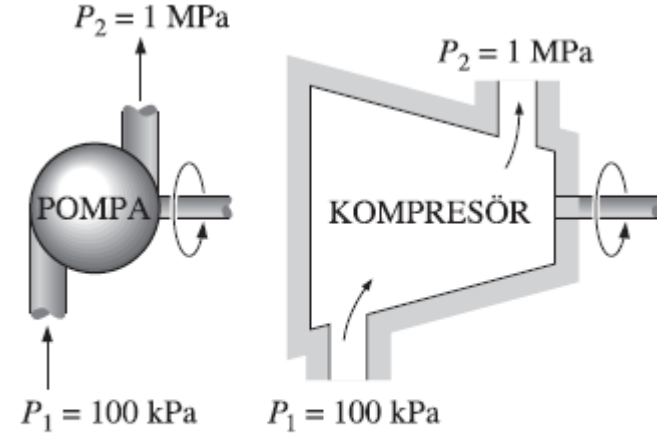
Buharı 100 kPa basınçtan 1 MPa basınca sürekli akışlı bir sistemde izantropik olarak sıkıştırmak için gerekli işi, buharın ilk halde (a) doymuş sıvı ve (b) doymuş buhar olduğunu kabul ederek hesaplayınız.

**Kabuller;** \* Sürekli çalışma koşulları vardır.  
\* Kinetik ve potansiyel enerji değişimleri ihmal edilebilir,  
\* Hal değişiminin izantropik olduğu verilmiştir.

(a) Buhar başlangıçta doymuş sıvı halindedir ve özgül hacmi;

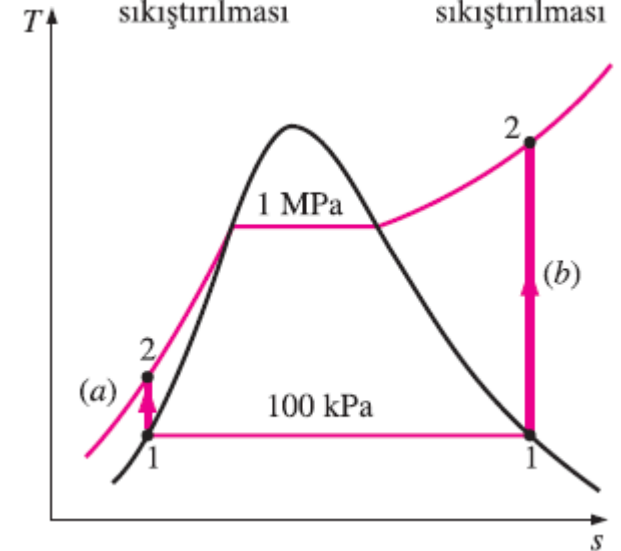
$$v_1 = v_{f@ 100 \text{ kPa}} = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\begin{aligned} w_{\text{tr, g}} &= \int_1^2 v \, dP \cong v_1(P_2 - P_1) \\ &= (0.001043 \text{ m}^3/\text{kg})[(1000 - 100)] \\ &= \mathbf{0.94 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$



(a) Bir sıvının sıkıştırılması

(b) Bir buharın sıkıştırılması



(b) Doymuş buhar kabulüyle iş;

$$\left. \begin{array}{l} T^\circ ds = dh - v dP \text{ (Denk 7-24)} \\ ds = 0 \text{ (İzantropik hal değişimi)} \end{array} \right\} v dP = dh$$

$$w_{\text{tr, g}} = \int_1^2 v dP = \int_1^2 dh = h_2 - h_1$$

$$\text{Hal 1: } \left. \begin{array}{l} P_1 = 100 \text{ kPa} \\ \text{(doy. buhar)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 2675.0 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7.3589 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\text{Hal 2: } \left. \begin{array}{l} P_2 = 1 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array} \right\} h_2 = 3194.5 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{\text{tr, g}} = (3194.5 - 2675.0) \text{ kJ/kg} = \mathbf{519.5 \text{ kJ/kg}}$$

**Aynı basınç sınırları arasında buhar fazındaki buharı sıkıştırmak, sıvı fazındaki sıkıştırmaya oranla 500 kat daha fazla iş gerektirmektedir.**

# Sürekli Akışlı Düzeneklerde En Uygun İş Etkileşiminin Tersinir Bir Hal Değişimi Sırasında Gerçekleştiğinin Kanıtlanması

Isı girişi ve iş çıkışı pozitif alındığında:

$$\text{Gerçek:} \quad \delta q_{\text{gerçek}} - \delta w_{\text{gerçek}} = dh + dke + dpe$$

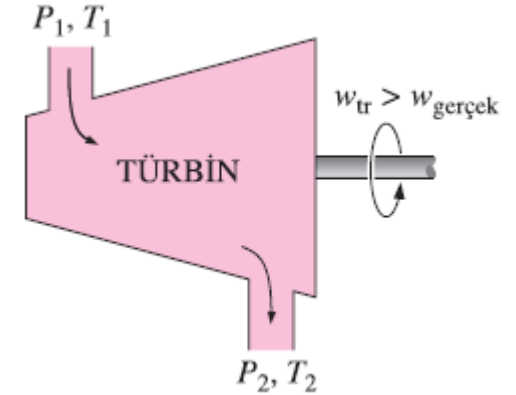
$$\text{Tersinir:} \quad \delta q_{\text{tr}} - \delta w_{\text{tr}} = dh + dke + dpe$$

$$\delta q_{\text{gerçek}} - \delta w_{\text{gerçek}} = \delta q_{\text{tr}} - \delta w_{\text{tr}}$$

$$\delta w_{\text{tr}} - \delta w_{\text{gerçek}} = \delta q_{\text{tr}} - \delta q_{\text{gerçek}} \quad \delta q_{\text{tr}} = T ds$$

$$\frac{\delta w_{\text{tr}} - \delta w_{\text{gerçek}}}{T} = ds - \frac{\delta q_{\text{gerçek}}}{T} \geq 0 \quad ds \geq \frac{\delta q_{\text{gerçek}}}{T}$$

$$\partial w_{\text{tr}} \geq \partial w_{\text{gerçek}}$$



Her ikisi de aynı son durumda iken tersinir bir türbin, tersinmez olandan daha fazla iş verir.

Böylece, türbin gibi iş yapan makinalarda hal değişimleri tersinir olduğu zaman daha çok iş yapılır, pompa veya kompresör gibi iş gerektiren makinalarda hal değişimleri tersinir olduğu zaman daha az iş gerekir.



# KOMPRESÖR İŞİNİN EN AZA İNDİRİLMESİ

Kinetik ve potansiyel enerjiler önemsiz olduğunda

İzantropik ( $Pv^k = \text{sabit}$ ):

$$W_{\text{komp. g}} = \frac{kR(T_2 - T_1)}{k - 1} = \frac{kRT_1}{k - 1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

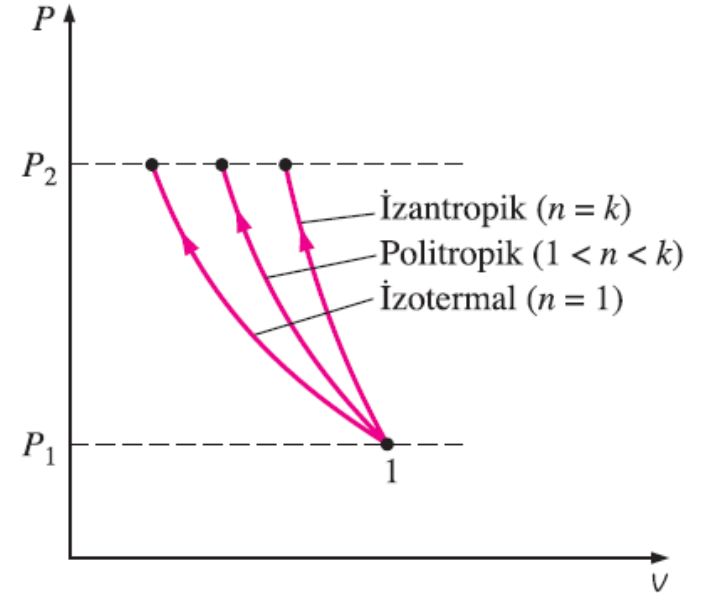
Politropik ( $Pv^n = \text{sabit}$ ):

$$W_{\text{komp. g}} = \frac{nR(T_2 - T_1)}{n - 1} = \frac{nRT_1}{n - 1} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right]$$

İzotermal ( $Pv = \text{sabit}$ ):

$$W_{\text{komp. g}} = RT \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$W_{\text{tr, g}} = \int_1^2 v dP$$

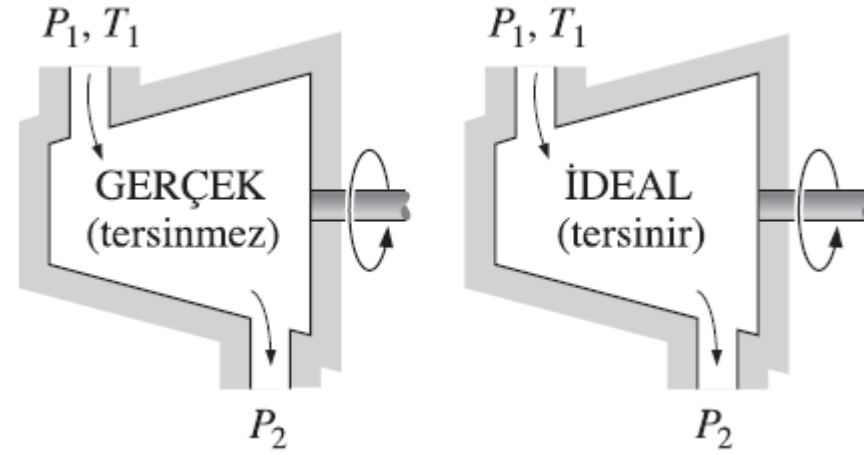
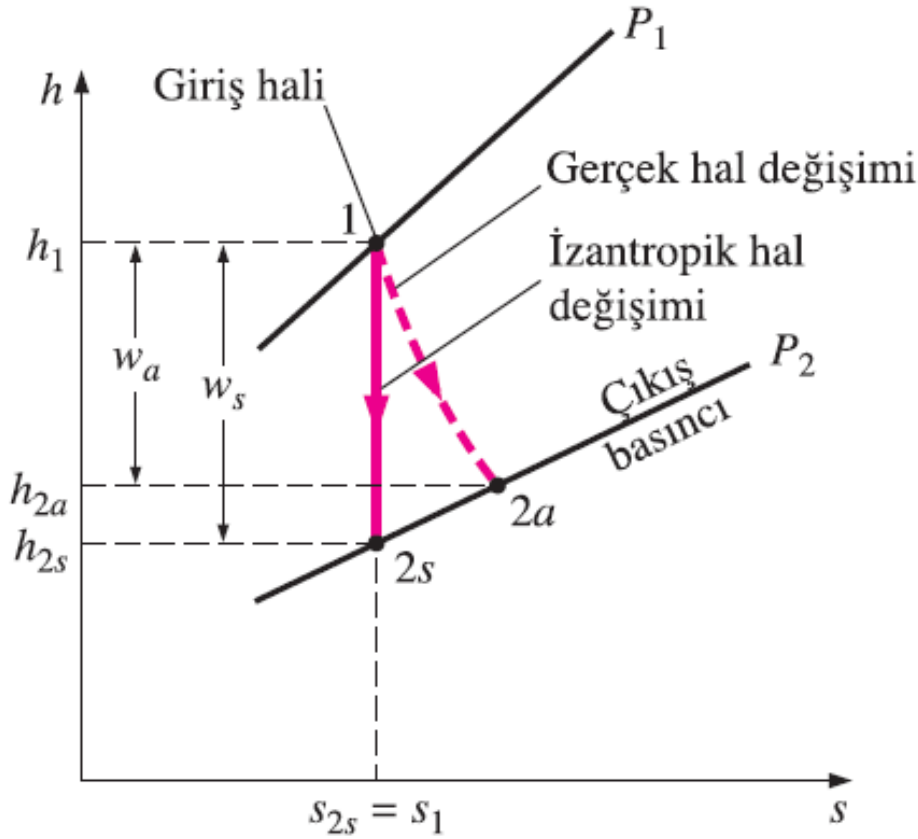


Aynı basınç limitleri arasında izantropik, politropik ve izotermal sıkıştırma işinin P-v diyagramı

Adyabatik sıkıştırma ( $Pv^k = \text{sabit}$ ) en fazla işi gerektirir ve izotermal sıkıştırma ( $T = \text{sabit}$ ) ise en azı gerektirir. **Neden?**

# SÜREKLİ AKIŞLI DÜZENEKLERİN İZANTROPİK VERİMLERİ

İzantropik işlemler tersinmezlik gerektirmez ve **adyabatik düzenekler** için ideal model vazifesini görürler.



**Türbinin izantropik verimi**

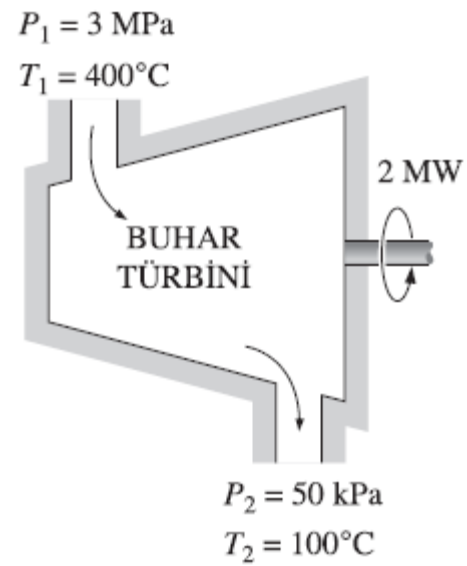
$$\eta_T = \frac{\text{Gerçek türbin işi}}{\text{İzantropik türbin işi}} = \frac{w_a}{w_s}$$

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

Adyabatik bir türbinin izantropik ve gerçek hal değişimi için  $h-s$  diyagramı.

## Örnek

Buhar, sürekli akışlı bir adyabatik türbine 3 MPa basınç ve 400°C sıcaklıkta girmekte, 50 kPa basınç ve 100°C sıcaklıkta çıkmaktadır. Türbinin gücü 2MW olup (a) Türbinin izantropik verimini, (b) Türbinde akan buharının kütleli debisini hesaplayınız.



**Kabuller:** \*Sürekli çalışma koşulları vardır;\* Kinetik ve potansiyel enerji değişimleri ihmal edilmiştir, \*Türbin adyabatiktir.

### (a) Türbinin izantropik verimi

$$\text{Hal 1:} \quad \left. \begin{array}{l} P_1 = 3 \text{ MPa} \\ T_1 = 400^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3231.7 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.9235 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

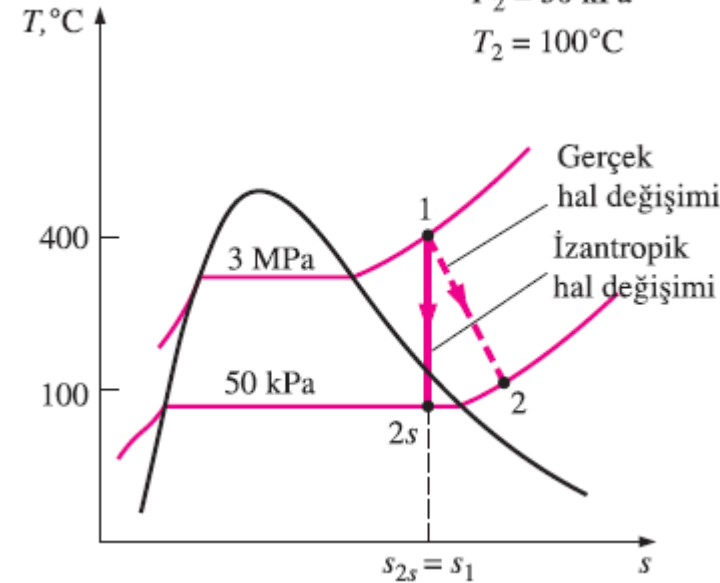
$$\text{Hal 2a:} \quad \left. \begin{array}{l} P_{2a} = 50 \text{ kPa} \\ T_{2a} = 100^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_{2a} = 2682.4 \text{ kJ/kg} \\ s_{2a} = 7.5931 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\text{Hal 2s:} \quad \begin{array}{l} P_{2s} = 50 \text{ kPa} \\ (s_{2s} = s_1) \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} s_f = 1.0912 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \\ s_g = 7.5931 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$x_{2s} = \frac{s_{2s} - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.9235 - 1.0912}{6.5019} = 0.897$$

$$h_{2s} = h_f + x_{2s}h_{fg} = 340.54 + 0.897(2304.7) = 2407.9 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_T \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} = \frac{3231.7 - 2682.4}{3231.7 - 2407.9} = \mathbf{0.667 \text{ veya } \%66.7}$$



(b) Türbinde akan buharının kütleli debisi

$$\dot{E}_g = \dot{E}_\zeta$$

$$\dot{m}h_1 = \dot{W}_{a,\zeta} + \dot{m}h_{2a}$$

$$\dot{W}_{a,\zeta} = \dot{m}(h_1 - h_{2a})$$

$$2 \text{ MW} \left( \frac{1000 \text{ kJ/s}}{1 \text{ MW}} \right) = \dot{m}(3231.7 - 2682.4) \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m} = \mathbf{3.64 \text{ kg/s}}$$

# Kompresörler ve Pompaların İzantropik Verimleri

$$\eta_c = \frac{\text{İzantropik kompresör işi}}{\text{Gerçek kompresör işi}} = \frac{w_s}{w_a}$$

Kinetik ve potansiyel enerjiler ihmal ise;

$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1}$$

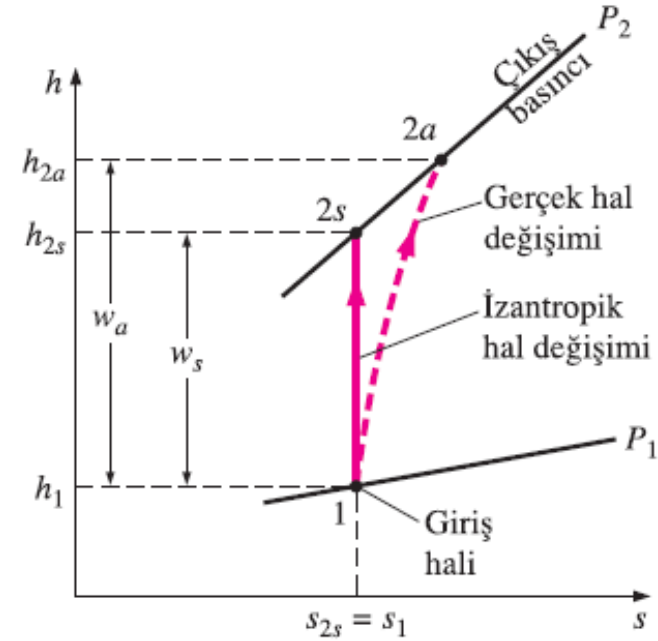
Pompa için

$$\eta_P = \frac{w_s}{w_a} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}$$

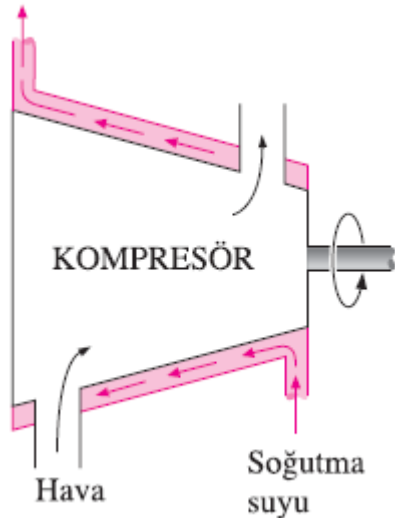
İzotermal verim

$$\eta_c = \frac{w_t}{w_a}$$

Kompresörler iş girdisini en aza indirmek için bazen isteyerek soğutulurlar.



Adyabatik bir kompresörün izantropik ve gerçek hal değişimi için h-s diyagramı

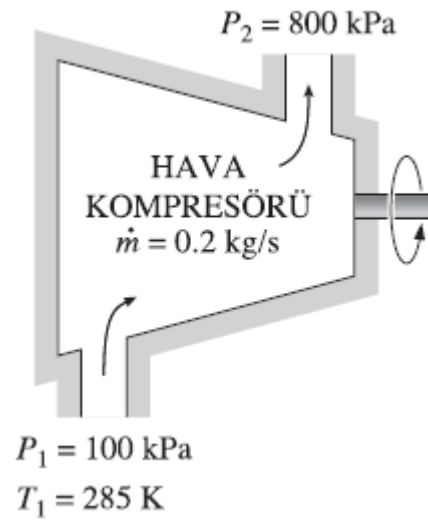


Adyabatik olmayan bir kompresör için izantropik verimi kullanabilir misiniz?

Adyabatik bir kompresör için izotermal verimi kullanabilir misiniz?

## Örnek

Hava, adyabatik kompresörde 100 kPa basınç, 12°C sıcaklıktan 800 kPa basınca sıkıştırılmaktadır. Havanın kütleli debisi 0.2 kg/s değerindedir ve kompresörün izantropik verimi %80 olarak alınabilir. (a) Havanın çıkış sıcaklığını ve (b) kompresörü çalıştırmak için gerekli giriş gücünü hesaplayınız.



**Kabuller** 1 Sürekli çalışma koşulları vardır. 2 Hava mükemmel gazdır. 3 Kinetik ve potansiyel enerji değişimleri ihmal edilmiştir. 4 Türbin adyabatiktir.

### (a) Havanın çıkış sıcaklığı

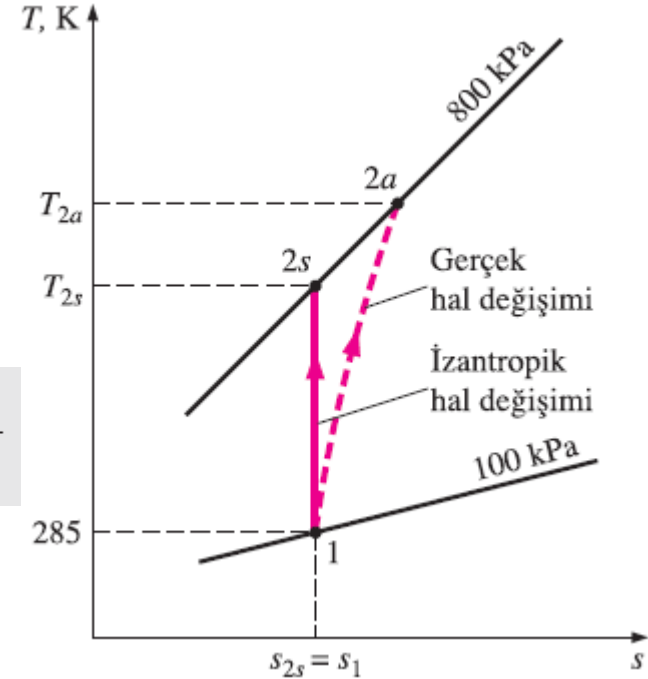
$$T_1 = 285 \text{ K} \rightarrow h_1 = 285.14 \text{ kJ/kg}$$
$$(P_{r1} = 1.1584)$$

$$P_{r2} = P_{r1} \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 1.1584 \left( \frac{800 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \right) = 9.2672$$

$$P_{r2} = 9.2672 \rightarrow h_{2s} = 517.05 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_c \cong \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow 0.80 = \frac{(517.05 - 285.14) \text{ kJ/kg}}{(h_{2a} - 285.14) \text{ kJ/kg}}$$

$$h_{2a} = 575.03 \text{ kJ/kg} \rightarrow T_{2a} = \mathbf{569.5 \text{ K}}$$



**(b) kompresörü çalıştırmak için gerekli giriş güç**

$$\begin{aligned}\dot{E}_g &= \dot{E}_\zeta \\ \dot{m}h_1 + \dot{W}_{a,g} &= \dot{m}h_{2a} \\ \dot{W}_{a,g} &= \dot{m}(h_{2a} - h_1) \\ &= (0.2 \text{ kg/s})[(575.03 - 285.14) \text{ kJ/kg}] \\ &= \mathbf{58.0 \text{ kW}}\end{aligned}$$

Kompresörün giriş gücü hesaplanırken  $h_{2s}$  değil  $h_{2a}$  değeri kullanıldı, çünkü kompresör çıkışındaki havanın gerçek entalpi değeri  $h_{2a}$ 'dir. ise havanın izantropik hal değişimi sonunda elde edilen sanal bir değerdir.

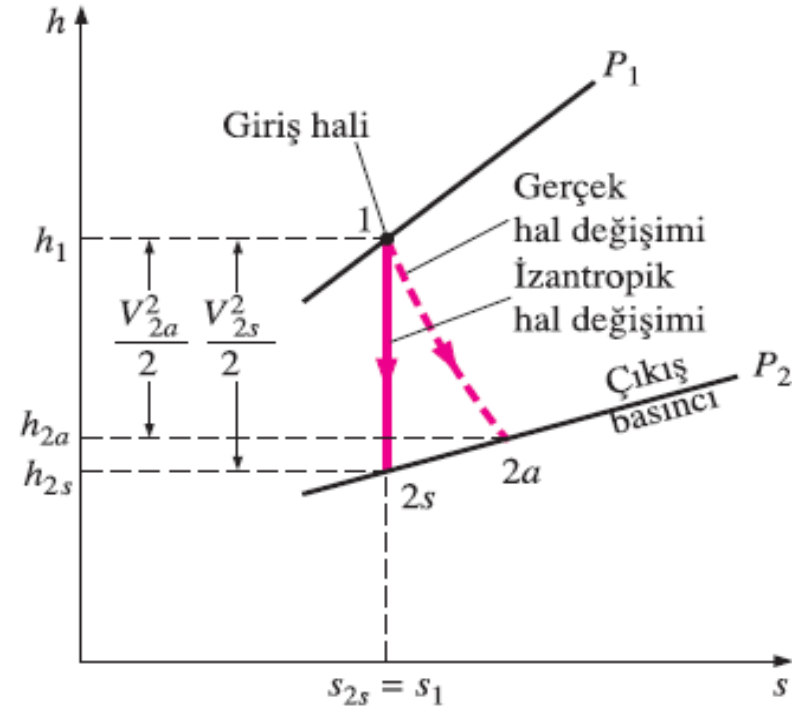
# Lülelerin İzantropik Verimi

$$\eta_N = \frac{\text{Lüle girişindeki gerçek KE}}{\text{Lüle çıkışındaki izantropik KE}} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2}$$

Lüleye giriş hızının lüleden çıkış hızına oranla çok küçük olduğu kabul edilirse enerji dengesi;

$$h_1 = h_{2a} + \frac{V_{2a}^2}{2}$$

$$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$



Adyabatik bir lülenin izantropik ve gerçek hal değişimi için h-s diyagramı

Bir maddenin gerçek bir lüleden daha yüksek sıcaklıkta (böylece daha düşük hızda) ayrılması sürtünmenin bir sonucudur.



## Örnek

200 kPa basınçta ve 950 K sıcaklıkta hava, düşük hızda bir adyabatik lüleye girmekte ve 80 kPa basınca düşmektedir. Lülenin adyabatik verimi %92 olduğuna göre, (a) olabilecek en yüksek çıkış hızını, (b) çıkış sıcaklığını ve (c) çıkış hızını hesaplayınız. Hava için özgül ısıları sabit kabul ediniz

(a) En yüksek çıkış hızı,

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_{2s}}{P_1} \right)^{(k-1)/k}$$

$$T_{2s} = T_1 \left( \frac{P_{2s}}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = (950 \text{ K}) \left( \frac{80 \text{ kPa}}{200 \text{ kPa}} \right)^{0.354/1.354} = 748 \text{ K}$$

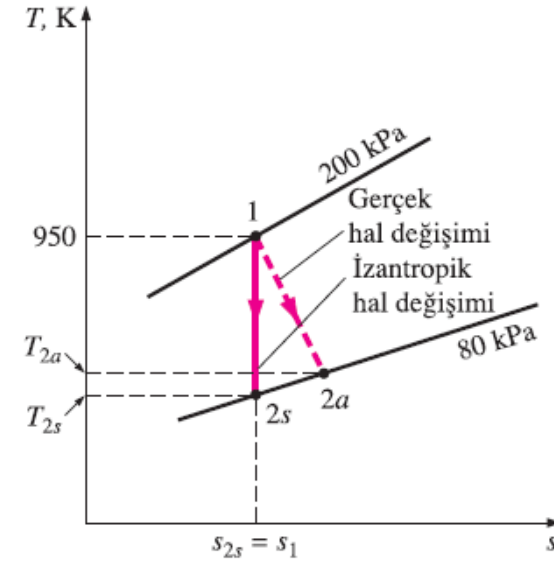
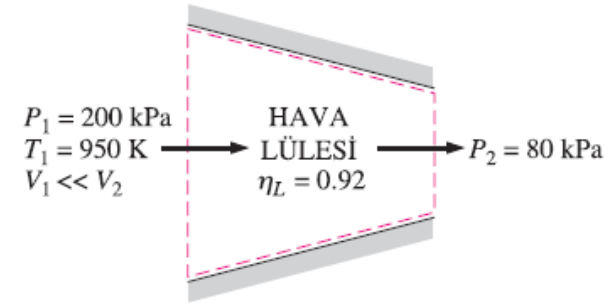
$$e_g = e_\zeta$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_{2s} + \frac{V_{2s}^2}{2}$$

$$V_{2s} = \sqrt{2(h_1 - h_{2s})} = \sqrt{2c_{p,\text{avg}}(T_1 - T_{2s})}$$

$$= \sqrt{2(1.099 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})[(950 - 748) \text{ K}] \left( \frac{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ kJ/kg}} \right)}$$

$$= \mathbf{666 \text{ m/s}}$$



(b) çıkış sıcaklığını

$$\eta_N \cong \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} = \frac{c_{p,\text{ort}} (T_1 - T_{2a})}{c_{p,\text{ort}} (T_1 - T_{2s})}$$

$$0.92 = \frac{950 - T_{2a}}{950 - 748} \rightarrow T_{2a} = \mathbf{764 \text{ K}}$$

(c) Havanın gerçek çıkış hızı, izantropik lüle verimi tanımından bulunur:

$$\eta_N = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2} \rightarrow V_{2a} = \sqrt{\eta_N V_{2s}^2} = \sqrt{0.92 (666 \text{ m/s})^2} = \mathbf{639 \text{ m/s}}$$

# ENTROPİ DENGESİ

$$\left( \begin{array}{c} \text{Giren} \\ \text{toplam} \\ \text{entropi} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Çıkan} \\ \text{toplam} \\ \text{entropi} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Üretilen} \\ \text{toplam} \\ \text{entropi} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Sistemdeki} \\ \text{toplam entropi} \\ \text{değişimi} \end{array} \right)$$

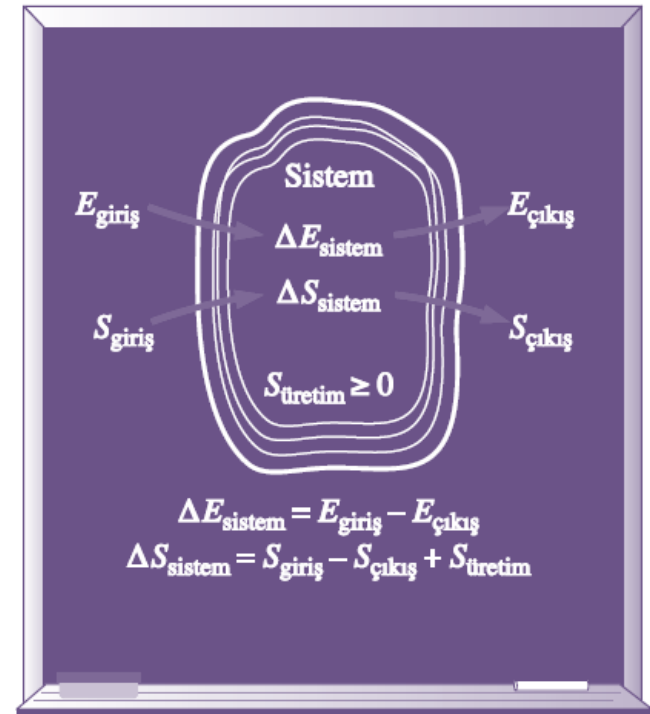
$$S_g - S_ç + S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{sistem}}$$

Bir sistemin entropi değişimi,  $\Delta S_{\text{sistem}}$

$$\Delta S_{\text{sistem}} = S_{\text{son}} - S_{\text{ilk}} = S_2 - S_1$$

Sistemin özellikleri kararlı olmadığında

$$S_{\text{sistem}} = \int s \delta m = \int_V s \rho dV$$



Bir sistem için enerji ve entropi dengeleri

# Entropi Geçişinin Mekanizmaları, $S_{\text{giriş}}$ ve $S_{\text{çıkış}}$

## 1 Isı Geçişi

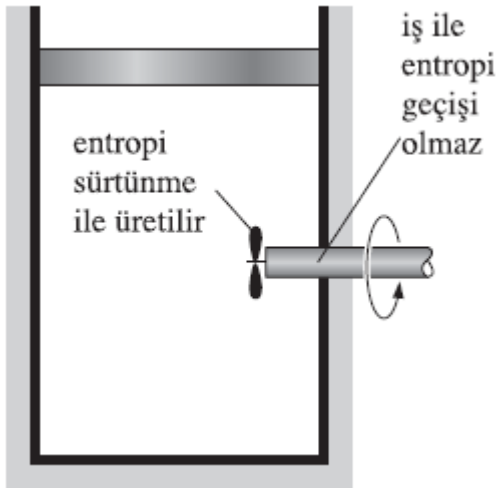
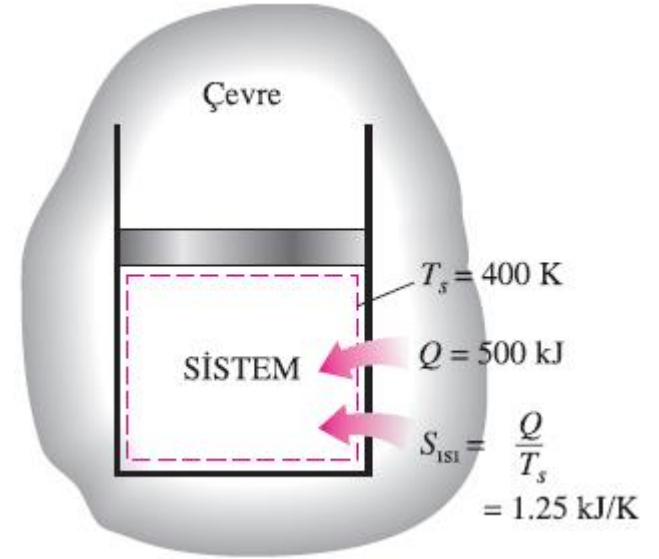
Isı geçişi tarafından entropi geçişi:

$$S_{\text{ısı}} = \frac{Q}{T} \quad (T = \text{sabit})$$

$$S_{\text{ısı}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \cong \sum \frac{Q_k}{T_k}$$

İş tarafından entropi geçişi:

$$S_{\text{iş}} = 0$$



Isı geçişine daima  $Q/T$  miktarında entropi transferi tarafından eşlik edilir, orada sınır sıcaklığı  $T$  'dir.

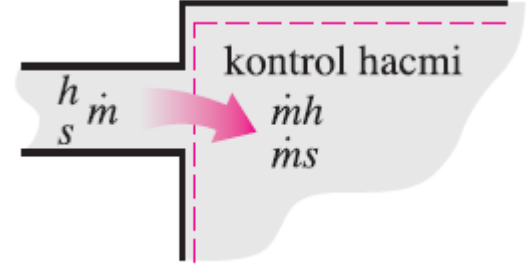
İş sistem sınırlarından geçerken entropi eşlik etmez. Fakat iş enerjinin daha az yararlı formunda iken sistem içinde entropi üretilebilir.

# Entropi Geçişinin Mekanizmaları, $S_{\text{giriş}}$ ve $S_{\text{çıkış}}$

## 2 Kütle Akışı

Kütle tarafından entropi geçişi:

$$S_{\text{kütle}} = ms$$



Hal değişimi esnasında kütle özeliği değiştiğinde,

$$\dot{S}_{\text{kütle}} = \int_{A_c} s \rho V_n dA_c \quad \text{ve} \quad S_{\text{kütle}} = \int s \delta m = \int_{\Delta t} \dot{S}_{\text{kütle}} dt$$

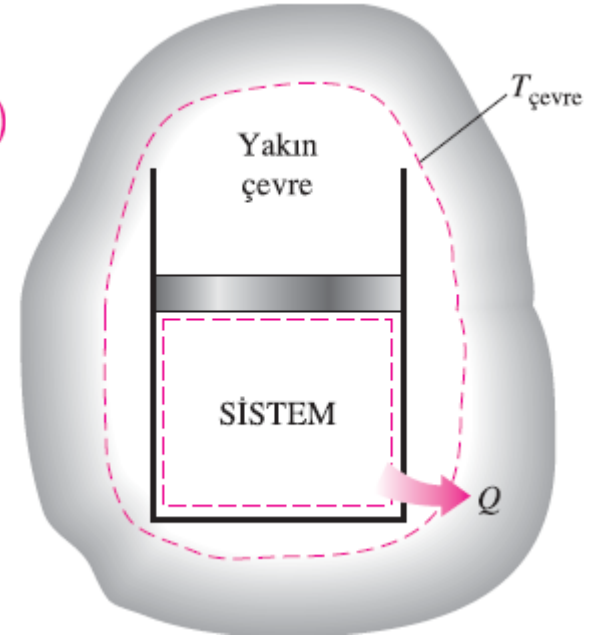
Kütle enerji olduğu kadar entropi de içerir, ve böylece sisteme yada sistemden kütle akışına enerji ve entropi geçişi tarafından eşlik edilir.

# Entropi Üretimi, $S_{\text{üretim}}$

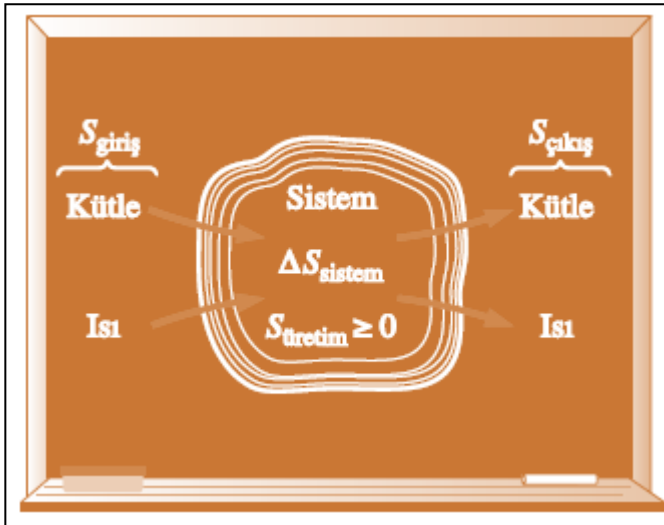
$$\underbrace{S_g - S_{\text{ç}}}_{\text{Isı ve kütle ile gerçekleşen net entropi geçişi}} + \underbrace{S_{\text{üretim}}}_{\text{Entropi üretim}} = \underbrace{\Delta S_{\text{sistem}}}_{\text{Entropideki değişim}} \quad (\text{kJ/K})$$

$$\underbrace{S_g - S_{\text{ç}}}_{\text{Birim zamanda ısı ve kütle ile gerçekleşen net entropi geçiş}} + \underbrace{\dot{S}_{\text{üretim}}}_{\text{Birim zamandaki entropi üretimi}} = \underbrace{dS_{\text{sistem}}/dt}_{\text{Birim zamanda entropideki değişim}} \quad (\text{kW/K})$$

$$(s_g - s_{\text{ç}}) + s_{\text{üretim}} = \Delta s_{\text{sistem}} \quad (\text{kJ/kg} \cdot \text{K})$$



Sistem sınırları dışındaki entropi üretimi, sistem ve onun yakın çevresini içeren genişletilmiş bir sistemde bir entropi dengesinin yazılması ile izah edilebilir.



Genel bir sistem için entropi geçiş mekanizması

# Kapalı Sistemler

*Kapalı sistem:* 
$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{sistem}} = S_2 - S_1 \quad (\text{kJ/K})$$

Bir hal değişimi sırasında kapalı bir sistemin entropi değişimi, ısı geçişi ile sistem sınırından geçen net entropi ile sistem sınırı içinde üretilen entropinin toplamına eşittir.

*Adyabatik kapalı sistem:* 
$$S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{adyabatik sistem}}$$

*Sistem + Çevre:* 
$$S_{\text{üretim}} = \sum \Delta S = \Delta S_{\text{sistem}} + \Delta S_{\text{çevre}}$$

$$\Delta S_{\text{sistem}} = m(s_2 - s_1) \quad \Delta S_{\text{çevre}} = Q_{\text{çevre}}/T_{\text{çevre}}$$

# Kontrol Hacimleri

$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_g s_g - \sum m_\varphi s_\varphi + S_{\text{üretim}} = (S_2 - S_1)_{\text{KH}} \quad (\text{kJ/K})$$

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum \dot{m}_g s_g - \sum \dot{m}_\varphi s_\varphi + \dot{S}_{\text{üretim}} = dS_{\text{KH}}/dt \quad (\text{kW/K})$$

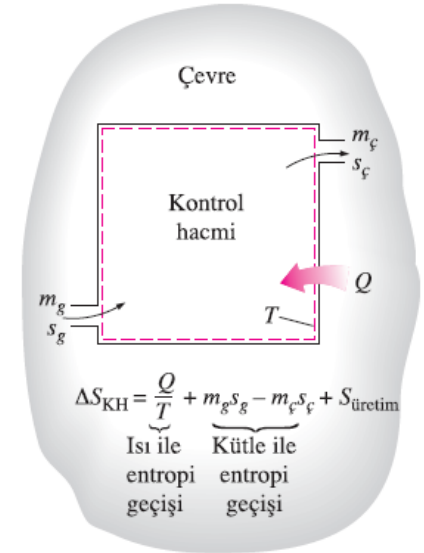
*Sürekli Akım:* 
$$\dot{S}_{\text{üretim}} = \sum \dot{m}_\varphi s_\varphi - \sum \dot{m}_g s_g - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

*Sürekli akım; tek akış:* 
$$\dot{S}_{\text{üretim}} = \dot{m}(s_\varphi - s_g) - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

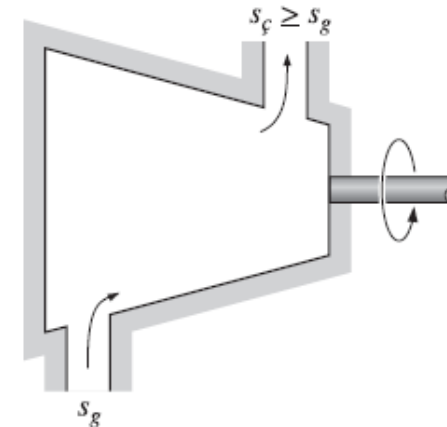
*Sürekli akım, tek akış, adyabatik:* 
$$\dot{S}_{\text{üretim}} = \dot{m}(s_\varphi - s_g)$$

Bir hal değişimi sırasında kontrol hacmi içindeki entropi değişimi miktarı; ısı geçişi ile kontrol hacmi sınırında gerçekleşen entropi geçişinin miktarı ve kontrol hacmi içine kütle akışlı ile entropi geçişinin net miktarı ile tersinmezliklerin bir sonucu olarak kontrol hacmi içindeki entropi üretimi miktarının toplamına eşittir.

Bir maddenin entropisi tek-akışlı, adyabatik, sürekli akışlı düzeneklerin içinden akarken daima artar (ya da tersinir bir hal değişimi durumunda sabit kalır).



Bir kontrol hacminin entropi değişimi ısı transferi kadar kütle akışının bir sonucudur.



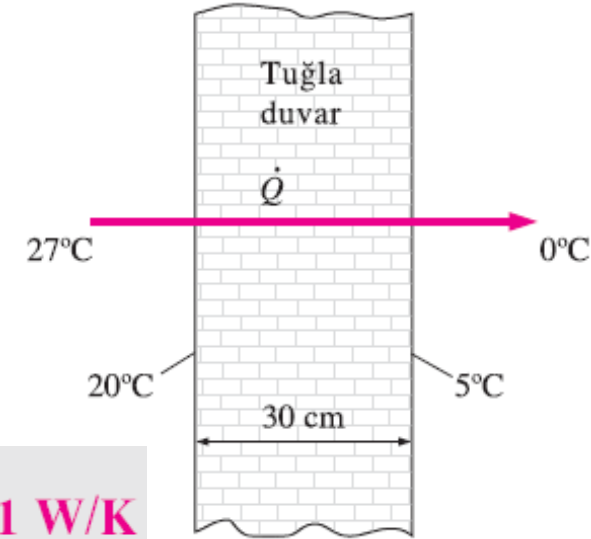


## Örnek

Bir evin 30 cm kalınlığındaki 5 m x 7 m'lik tuğla duvarının içinden sürekli ısı geçtiğini düşününüz. Dış sıcaklığın 0°C olduğu bir günde, ev 27°C sıcaklıkta tutulmaktadır. Tuğla duvarın iç ve dış yüzeylerinin sıcaklıkları sırası ile 20°C ve 5°C olarak ölçülmüş olup, duvar boyunca ısı geçişi 1035W değerindedir. Duvar içindeki entropi üretim miktarını ve bu ısı geçiş süreci ile birlikte gerçekleşen toplam entropi üretim miktarını hesaplayınız.

$$\left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_g - \left(\frac{\dot{Q}}{T}\right)_\xi + \dot{S}_{\text{üretim}} = 0$$
$$\frac{1035 \text{ W}}{293 \text{ K}} - \frac{1035 \text{ W}}{278 \text{ K}} + \dot{S}_{\text{üretim}} = 0$$

$$\dot{S}_{\text{üretim, duvar}} = \mathbf{0.191 \text{ W/K}}$$

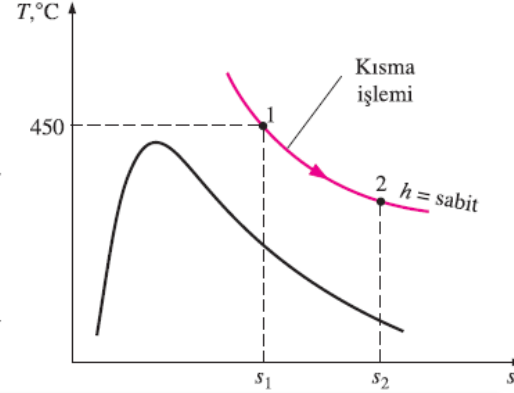
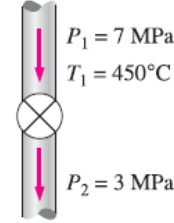


$$\frac{1035 \text{ W}}{300 \text{ K}} - \frac{1035 \text{ W}}{273 \text{ K}} + \dot{S}_{\text{üretim, toplam}} = 0 \rightarrow \dot{S}_{\text{üretim, toplam}} = \mathbf{0.341 \text{ W/K}}$$

Havanın durumu, hal değişimi boyunca hiçbir noktada değişmediğinden bu genişletilmiş sistemin entropi değişiminin de sıfır olduğuna dikkat edilmelidir. İki entropi üretimi arasındaki fark 0.150 W/K olup bu, duvarın her iki tarafındaki hava katmanlarında üretilen entropiyi temsil eder. Bu olgudaki entropi üretimi, tamamen sonlu bir sıcaklık farkı boyunca gerçekleşen tersinmez ısı geçişine bağlıdır.

## Örnek

7 MPa basınç ve 450°C sıcaklığındaki buhar, sürekli akışlı hal değişimi sırasında, bir vanada 3 MPa basıncına kadar kısıyor. Bu hal değişimi sırasında meydana gelen entropi üretimini hesaplayınız ve entropinin artışı ilkesinin sağlanıp-sağlanmadığını irdeleyiniz.



**Kabuller** 1 Hiçbir noktada zamanla değişim olmadığından bu sürekli akışlı hal değişimidir ve dolayısı ile  $m_{KH}=0$ ,  $E_{KH}=0$  ve  $S_{KH}=0$  olur. 2 Vanaya doğru ya da vanadan dışarı doğru olan ısı değişimi ihmal edilebilir. 3 Kinetik ve potansiyel enerji değişimleri ihmal edilebilir.

$$\begin{array}{l} \text{Hal 1:} \\ \left. \begin{array}{l} P_1 = 7 \text{ MPa} \\ T_1 = 450^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = 3288.3 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 6.6353 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array} \\ \\ \text{Hal 2:} \\ \left. \begin{array}{l} P_2 = 3 \text{ MPa} \\ h_2 = h_1 \end{array} \right\} s_2 = 7.0046 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

$$\dot{m}s_1 - \dot{m}s_2 + \dot{S}_{\text{üretim}} = 0$$

$$\dot{S}_{\text{üretim}} = \dot{m} (s_2 - s_1)$$

$$s_{\text{üretim}} = s_2 - s_1 = 7.0046 - 6.6353 = \mathbf{0.3693 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}$$

Giriş durumundan son basınca kısılana kadar buharın birim kütle başına entropi üretimi pozitif olduğundan, bu hal değişimi boyunca entropinin artış ilkesi açıkça sağlanmıştır.

## Örnek

50 kg ağırlığında 500 K sıcaklıktaki bir demir külçe, 285 K sıcaklığındaki geniş bir göle bırakılmıştır. Demir külçe belli bir süre sonra göl suyu ile ısı dengeye ulaşmıştır. Demir için ortalama özgül ısıyı 0.45 kJ/kg K kabul ederek (a) demir külçenin entropi değişimini, (b) göl suyunun entropi değişimini ve (c) bu hal değişimi sırasında üretilen entropiyi hesaplayınız.



(a) Demir külçeyi sıkıştırılamaz bir maddeye benzetirsek, entropi değişimi;

$$\begin{aligned}\Delta S_{\text{demir}} &= m(s_2 - s_1) = mc_{\text{ort}} \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= (50 \text{ kg})(0.45 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{285 \text{ K}}{500 \text{ K}} \\ &= \mathbf{-12.65 \text{ kJ/K}}\end{aligned}$$

(b) göl suyunun entropi değişimi

$$-Q_{\text{ç}} = \Delta U = mc_{\text{ort}}(T_2 - T_1)$$

$$Q_{\text{ç}} = mc_{\text{ort}}(T_1 - T_2) = (50 \text{ kg})(0.45 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K})(500 - 285) \text{ K} = 4838 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{\text{göl}} = \frac{Q_{\text{göl}}}{T_{\text{göl}}} = \frac{+4838 \text{ kJ}}{285 \text{ K}} = \mathbf{16.97 \text{ kJ/K}}$$

(c) bu hal değişimi sırasında üretilen entropi

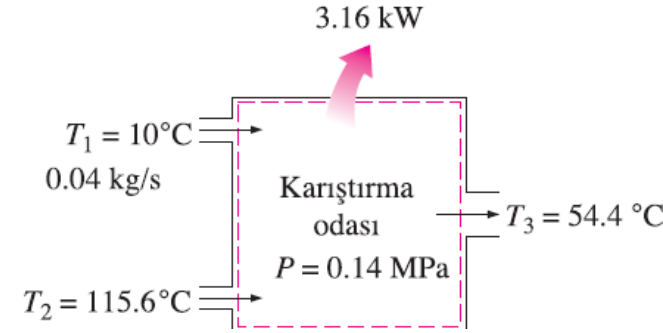
$$\underbrace{S_g - S_g}_{\text{Isı ve kütle ile gerçekleşen entropi geçişi}} + \underbrace{S_{\text{üretim}}}_{\text{Entropi üretimi}} = \underbrace{\Delta S_{\text{sistem}}}_{\text{Entropideki değişim}}$$

$$-\frac{Q_{\text{ç}}}{T_b} + S_{\text{üretim}} = \Delta S_{\text{sistem}}$$

$$S_{\text{üretim}} = \frac{Q_{\text{ç}}}{T_b} + \Delta S_{\text{sistem}} = \frac{4838 \text{ kJ}}{285 \text{ K}} - (12.65 \text{ kJ/K}) = \mathbf{4.32 \text{ kJ/K}}$$

## Örnek

200 kPa basınç ve 10°C sıcaklık ve 150 kg/dak debideki su, bir karıştırma odasında 200 kPa basınç ve 150°C sıcaklıktaki buhar ile sürekli olarak karıştırılmaktadır. Karışım odayı, 200 kPa ve 70°C sıcaklıkta terk etmiş ve çevredeki 20°C sıcaklıktaki havaya 190 kJ/dk değerinde ısı kaybedilmiştir. Kinetik, potansiyel enerji değişimlerini ihmal ederek bu hal değişimi sırasındaki entropi üretim miktarını hesaplayınız.



*Kütle dengesi:*  $\dot{m}_g - \dot{m}_ç = \frac{dm_{\text{sistem}}}{dt} \overset{0 \text{ (sürekli)}}{=} 0 \rightarrow \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$

*Enerji dengesi:*  $\underbrace{\dot{E}_g - \dot{E}_ç}_{\text{Birim zamanda ısı, iş ve kütle ile gerçekleşen enerji geçişi}} = \underbrace{\frac{dE_{\text{sistem}}}{dt} \overset{0 \text{ (sürekli)}}{=} 0}_{\text{Birim zamanda sistemin iç, kinetik, potansiyel vb. enerjilerindeki değişim}}$

$$(\dot{W} = 0, \text{ ke} \cong \text{pe} \cong 0 \text{ olduğundan})$$

$$\dot{E}_g = \dot{E}_ç$$

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3 + \dot{Q}_ç$$

$$\dot{Q}_ç = \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 - (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_3$$

$$\text{Hal 1:} \quad \left. \begin{array}{l} P_1 = 200 \text{ kPa} \\ T_1 = 10^\circ \text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = h_{f@ 10^\circ \text{C}} = 42.022 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_{f@ 10^\circ \text{C}} = 0.1511 \text{ kJ/kg.K} \end{array}$$

$$\text{Hal 2:} \quad \left. \begin{array}{l} P_2 = 200 \text{ kPa} \\ T_2 = 150^\circ \text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_2 = 2769.1 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = 7.2810 \text{ kJ/kg.K} \end{array}$$

$$\text{Hal 3:} \quad \left. \begin{array}{l} P_3 = 200 \text{ kPa} \\ T_3 = 70^\circ \text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_3 = h_{f@ 70^\circ \text{C}} = 293.07 \text{ kJ/kg} \\ s_3 = s_{f@ 70^\circ \text{C}} = 0.9551 \text{ kJ/kg.K} \end{array}$$

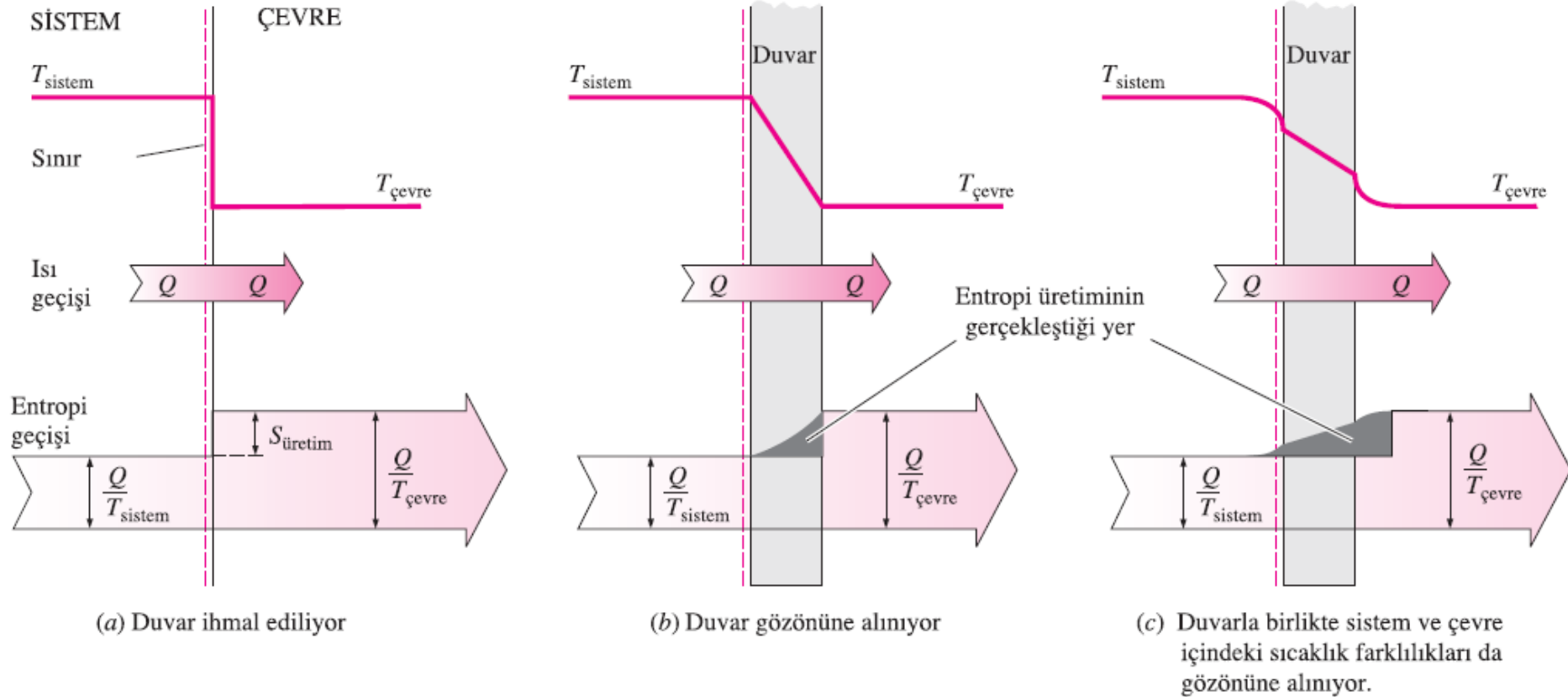
$$190 \text{ kJ/dk} = [ 150 \times 42.022 + \dot{m}_2 \times 2769.1 - (150 + \dot{m}_2) \times 293.07 ] \text{ kJ/dk}$$

$$\dot{m}_2 = 15.29 \text{ kJ/dk}$$

$$\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 - \frac{\dot{Q}_\xi}{T_b} + \dot{S}_{\text{üretim}} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{üretim}} &= \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 + \frac{\dot{Q}_\xi}{T_b} \\ &= (165.29 \times 0.9551 - 150 \times 0.1511 - 15.29 \times 7.2810) \text{ kJ/dk} \cdot \text{K} \\ &\quad + \frac{190 \text{ kJ/dk}}{293 \text{ K}} \\ &= \mathbf{24.53 \text{ kJ/dk} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

# Isı Geçişi ile Birlikte Gerçekleşen Entropi Üretimi



Sonlu sıcaklık farkında ısı geçişi sırasında entropi üretiminin grafiksel gösterimi